

Эссе ТОКАЛИНА В.Н. на публикацию книги Аюра Кирусса «Основные понятия о Нестандартном анализе», в виде критических замечаний к статье П.Дж.Козэна «ОБ ОСНОВАНИЯХ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ» в переводе Манина Ю.И.

Источник: VIXRI.RU, kiruss.aur@gmail.com

(1971г.) П. Дж. Козэ:

«Высказываться о философских проблемах теории множеств, — разумеется, не совсем то, что высказываться о самой теории множеств. Я, по крайней мере, в этом положении чувствую себя непривычно и неловко. Я остро ощущаю тщетность попыток сформулировать позицию, приемлемую для всех или хотя бы для многих, (Подобная Позиция и есть ПРИНЦИП???) и одновременно сознаю непоследовательность и трудности моей собственной точки зрения. (Человек признаётся в неумении Формулировать Вопрос... А ещё К.Маркс сказал, что в Формулировке Вопросы содержится его РЕШЕНИЕ.) Конечно же, те, кто до меня совершали этот рискованный переход от математики к философии, обычно шли на это на более позднем этапе своей научной карьеры. Наконец, к довершению трудностей, почти немислимо добавить что-нибудь новое к этому старому спору. В самом деле, я склонен думать, что на такие фундаментальные вопросы любые технические достижения почти не проливают света (Правильно... Потому что любое техническое достижение создаётся вне понимания Фундамента – Принципа. Закона Природы.) — хотя, конечно, они могут повлиять на распространение той или иной точки зрения. Но вот, невзирая на все эти оговорки, я чувствую некоторое воодушевление от возможности высказать свои мысли, надеюсь, не слишком догматично, и указать на обстоятельства, на которые, пожалуй, следует указать. Фундаментальные открытия в логике были сделаны так недавно, что мы еще в состоянии разделять глубокое волнение от этих поисков вслепую. Всплеск исследовательской активности в теории множеств, о котором свидетельствует нынешняя встреча, возможно, усиливает наш энтузиазм. Тон сегодняшних философских дискуссий, однако, как будто изменился. Возможно, математики полностью выложились в неистовых спорах прошлого, или их аудитория утомилась от полемики, — как бы то ни было, сейчас принято формулировать свою точку зрения, но не пытаться тут же обращать слушателя в собственную веру. В этом духе собираюсь выступить и я, чистосердечно уверив слушателей в своей терпимости к чужим взглядам. Хотя я не представляю себе, что можно было бы назвать «истинным» прогрессом в основаниях математики, очень интересно проследить с точки зрения историка, как высказывались на эту тему разные поколения, и попытаться угадать, как окрашивал их мнения дух времени»

[P. J. Cohen, *Comments on the foundations of set theory*, Proc. Sym. Pure Math... 13: 1 (1971), 9—15.

Перевод с английского выполнен Ю. И. Маниным.]

как справедливо отметил Л.С. Понтрягин¹⁹:

«Исторически интегральное и дифференциальное исчисление были уже хорошо развитыми областями математики до того, как появилась теория пределов. Последняя возникла как некоторая надстройка над существовавшей уже теорией. Многие физики считают, что так называемое строгое определение производных и интегралов вовсе не нужно для хорошего понимания дифференциального и интегрального исчисления. Я разделяю их точку зрения»

Глава 4. Бесконечно малые величины (Даю пояснение Нестандартного Анализа Нестандартно.)

Один из наиболее принципиальных моментов нестандартного анализа состоит в том, что бесконечно малые рассматриваются не как переменные величины (т.е. не как функции, стремящиеся к нулю, как учат современные учебники), а как величины постоянные. (Правильно... Дело в том, что т.н. Учёные не знают, что такое Движение и Состояние. А их Отношение есть ФУНКЦИЯ – Деятельность. ДВИЖЕНИЕ есть Изменение. СОСТОЯНИЕ есть Фиксация – Постоянная. Это ПРИНЦИП. Величина здесь не имеет Значения. И нет никакой необходимости говорить о Бесконечно Малых и Больших Величинах. Т.е. говорящий об этом человек Неосознанно подразумевает Значение этой Величины. Но его влечёт Понятие Изменения – Движения. И он думает о Приращении Положительном или Отрицательном. Это ВсеОбщее Заблуждение. Вот вы же говорите о Величине Постоянной... И любая Дуга имеет Состояние Отражающееся Точкой или Частью Функции. Это, смотря какой Масштаб. Или мы будем говорить об этом как об Относительности – Относительной Деятельности. Что такое Масштаб? Расстояние до Объекта Рассмотрения. Объект может быть Точкой. Приблизившись к нему мы видим Систему Тел. Потом отдельное Тело. И т.д. Математики не понимают, о чём говорят и спорят. Любое СОСТОЯНИЕ имеет свою Относительную Величину. Движение - Изменение Величины не имеет. Движение измеряется Быстротой. Но тоже Относительно. Поэтому, Пространство есть в ПРИНЦИПЕ Отражение Состояния. Его Идеальная Форма – ШАР. ВРЕМЯ есть в ПРИНЦИПЕ Отражение Движения – его Проекция на Ось Относительной Системы Координат. Его Идеальная Форма – Расширяющийся Конус. Чем больше Угол Конуса, тем Больше Скорость – Быстрота.) Такой подход хорошо согласуется как с интуицией естествоиспытателя, так и с реальной историей зарождения математического анализа. Что касается интуиции, то достаточно раскрыть любой учебник физики, чтобы натолкнуться на бесконечно малые приращения, бесконечно малые объёмы и т.п. Все эти величины мыслятся, разумеется, не как переменные, а просто как очень маленькие, почти равные нулю. (В Естественной Деятельности нет такого Понятия как НУЛЬ. Т.е. Ничто. Посредством Движения – Изменения Создаётся другое СОСТОЯНИЕ. Любое Состояние имеет свою внутреннюю Деятельность пропорциональную Отношению Движения и Состояния. Состояние есть Система Элементов с Определённой Деятельностью. Система Систем и Система в Системе. И так до Понятия Полный Анализ, где нет Состояния, а есть только ДВИЖЕНИЕ – Системное Движение. А Полный Синтез наоборот, имеет Только СОСТОЯНИЕ, которое не принимает участия в Деятельности – нет Движения. Это т.н. нами ВСЁ – Универсум и т.д.) Было бы неправильно считать подобного рода интуицию присущей лишь авторам учебников физики. Вряд ли какой-то математик воспринимает (наглядно) элемент дуги ds иначе, чем “очень маленькую дугу”. Любой математик, составляя соответствующее дифференциальное уравнение, скажет, что за бесконечно малое время dt точка прошла бесконечно малый путь dx , а количество радиоактивного вещества изменилось на бесконечно малую величину dN . (Пример неправильный. Он не Адекватен. В нём нет Тождества. Вот здесь начинает сказываться непонимание, что такое ВРЕМЯ. За одно и то же бесконечно малое Время, Точка может пройти Путь разный по Длине. Т.к. Отношение Времени и Пути есть т.н. Скорость – Быстрота. В Относительной Системе Координат, которых в данном случае Бесконечное Множество, Путь как Постоянная, Относительно Оси Y может иметь разный Угол, что влияет на Величину его Проекции на Ось Y . Это и есть ВРЕМЯ. Путь тот же, а ВРЕМЯ разное. СКОРОСТЬ – БЫСТРОТА Движения Точки. Таким образом, Скорость можно измерять Величиной Угла. «Я проехал это расстояние со Скоростью 45 градусов». Отсюда мы получаем, что чем больше Скорость, тем меньше её Приращение. Она никогда не достигнет Прямого Угла. А радиоактивное вещество изменяется с Постоянной Скоростью.)

Что же касается истории математического анализа, то в наиболее явной форме излагаемый подход проявился у одного из основоположников этой науки—Лейбница. В мае 1984 г. исполнилось 300 лет с того дня, как символы dx и dy впервые появились на страницах математических публикаций, а именно в знаменитом мемуаре Лейбница “Новый метод...”. Именно Лейбниц яснее других ощущал бесконечно малые величины постоянными (хотя и воображаемыми, идеальными) величинами особого рода, и именно Лейбниц сформулировал правила оперирования с бесконечно малыми в виде исчисления.

Какие положительные числа следует называть бесконечно малыми? (Каков Смысл заложен в данном Вопросе? В Принципе, для чего это нужно?)

Первый ответ таков: положительное число ε называется бесконечно малым, если оно меньше всех положительных чисел. Однако бесконечно малых в этом смысле положительных чисел не бывает: ведь если число меньше всех положительных чисел и само положительно, оно должно быть меньше самого себя. Попробуем исправить положение, потребовав, чтобы ε было меньше всех других положительных чисел, но больше нуля, т.е. чтобы ε было наименьшим в множестве положительных чисел. На числовой оси такое ε должно изобразиться самой левой точкой множества $(0, +\infty)$. К сожалению, числа ε с указанными свойствами тоже нет и не может быть: если ε положительно, то число $\varepsilon/2$ будет положительным числом, меньшим ε . (Согласно обычным свойствам неравенств для всякого $a > 0$ выполняются неравенства $0 < a/2 < a$). Так что если мы не хотим отказываться от привычных нам свойств действительных чисел (например, от возможности разделить любое число на 2 или от возможности умножить любое неравенство на положительное число), но хотим иметь бесконечно малые числа, то приведенное определение бесконечной малости не годится. (Но для чего нам Бесконечно малые Числа? Нам достаточно Понятия ЗНАК. Ведь, что такое Число? Число есть ЗНАК имеющий Определённое Значение. Это СОСТОЯНИЕ. А выражение «Бесконечно Малое Число» Отражает Движение – Изменение. Т.е. Число постоянно уменьшается – Изменяется. Это вас и Мучит. Вы не можете найти – «сформулировать позицию, приемлемую для всех или хотя бы для многих». Вы хотите Отразить, не осмыслив это, Число как Состояние имеющее Значение, но в Бесконечности, т.е. Движении – Изменении. Такого не Бывает... Функция ОБЯЗАТЕЛЬНО имеет не меньше двух Аргументов. У вас получается, что Аргумент только Один – Движение. На этом построена и Рыночная Экономика. Там отсутствует Фиксация – Состояние. Бухгалтеры говорят: Баланс по Состоянию на... Это и есть Фиксация Деятельности. На любую минуту, и на любую Секунду можно посчитать Баланс предприятия. Но Деятельность будет идти... Цех можно остановить. Но невозможно остановить Планету. Первое – Деятельность Искусственная. Второе – Деятельность Естественная. И она не зависит от ВРЕМЕНИ. Это Понятие придумал Человек. ВРЕМЯ зависит от Движения. Есть Движение – есть Время. Нет Движения – нет Времени. Отражения нет... Так и с Числами. Ещё раз: ЧИСЛО есть ЗНАК имеющий Значение. Т.е. Отражается Количество. И нельзя к Понятию ЧИСЛО применять Понятие Бесконечно... Малое. Оно не имеет Эквивалента. Оно Обязательно Конечно. В этом и ПРОБЛЕМА Теоремы Ферма в Общем виде. Там в показателе Степени заложена Бесконечность. А её посчитать невозможно. Поэтому и появились Понятия Интегральное и Дифференциальное исчисление. Т.е. ПРИМЕРНОЕ, ПРИБЛИЗИТЕЛЬНОЕ. Как и Аппроксимация. Нелинейную Функцию Точно посчитать невозможно... Так же, как и Линейную без Фиксации – СОСТОЯНИЯ.) Одним словом, Математики морочат головы и себе, и другим. Со ЗНАКАМИ, не имеющими Значения – Количества, можно делать всё, что угодно. И называется это – ВОЛОНТАРИЗМ.