

ПОСТРОЕНИЕ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

В. В. Сидоренков

МГТУ им. Н.Э. Баумана

На основе концепции «корпускулярно-полевого дуализма Материи» в виде тождества кинематических характеристик локализованного в пространстве материального тела и гравитационного поля, создающего такие характеристики при полном включении в теорию векторного гравитационного потенциала построены уравнения гравитационного поля, в соответствии с которыми скорость распространения волн гравитации в точности равна скорости света в физическом вакууме.

На пути дальнейшего развития наших знаний о первичных процессах и основах мироздания рассмотрим весьма загадочный и очень давний закон *всемирного тяготения* [1], которому уже более трехсот лет. Исследование характеристик явления гравитационного взаимодействия материальных тел является фундаментальной и до настоящего времени по существу нерешенной задачей физической науки. В частности, на сегодня нет ясности в вопросе о возможности существования в Природе волн гравитации и скорости их распространения. Рассматриваемый здесь закон всемирного тяготения – это закон феноменологический и аналитически описывается эмпирическим выражением действия *силы гравитационного притяжения* между двумя материальными телами массой m_1 и m_2 , находящихся на некотором расстоянии r друг от друга:

$$\vec{F}^{cp} = \frac{m_1 m_2}{4 \pi \gamma_0 r^3} \vec{r} . \quad (1)$$

Отметим, что ни сама зависимость (1), ни ее параметры никоим образом не объясняют физический механизм описываемого этой формулой явления. При этом силы в обсуждаемом законе $\vec{F}^{cp}(\vec{r})$ действуют по линии, соединяющей центры масс взаимодействующих тел, а потому такие силы называют *центральными*. Напомним кстати, что «Сила – векторная физическая величина,

вызывающая изменение скорости тела либо его деформацию». Соответственно «Центр масс тела – это точка, приложение силы к которой вызывает только поступательное движение этого тела».

Поскольку указанное взаимодействие происходит в пространстве физического вакуума, которое, согласно современным исследованиям, *пустотой* в буквальном смысле этого слова быть не может, то физическую постоянную γ_0 в формуле (1) будем называть *гравитационной проницаемостью вакуума*. Данная константа получается из *постоянной гравитационного взаимодействия* [1], записанной в виде соотношения, в системе физических единиц СИ равного $G^{2P} = 1/4\pi\gamma_0 = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot (\text{м}^2/\text{кг}^2)$. По нашему мнению, будет весьма полезным для дальнейшего провести детальное обсуждение размерности и единиц измерения указанной выше фундаментальной физической константы γ_0 и связанной с ней других физических величин.

Итак, рассмотрим $\gamma_0 = 1/4\pi G^{2P} = 1,19 \cdot 10^9 \text{ Гл/м}$ - гравитационную проницаемость вакуума, где в числителе единиц измерения этой константы физическая величина, определяющая *гравиемкость* $C^{2P} = m/\varphi^{2P}$, названная нами *Галилей* (аналог *электроемкости*: $C = q^e/\varphi^e$ - *Фарад*, где q^e - электрический заряд, φ^e - скалярный электрический потенциал) и равная отношению основных физических величин: $\text{Гл} = \text{кг} \cdot \text{сек}^2/\text{метр}^2$. Как видим, C^{2P} представляется отношением величин гравитационного заряда (массы) «кг» к скалярному гравитационному потенциалу «Джоуль/кг=метр²/сек²», то есть $\{C^{2P}\} = \{\text{кг}/\text{v}^2\}$. Указанный потенциал потому измеряется в «Джоуль/кг = v^2 », так как определяется работой по перемещению единичной массы из данной точки поля на бесконечность, а потому измеряется в «Джоуль/кг = v^2 ». Согласно определению потенциала, в области своего существования φ^{2P} принципиально отрицателен и достигает в центре поля физически возможного минимума $-c^2 = -8,99 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг}$, соответственно на бесконечности максимален и равен нулю. В частности, на поверхности Земли данный потенциал составляет величину $-6,26 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$, что соответствует квадрату *первой космической скорости*: $v_1 = 7,91 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ [1].

Логически очевидно, что все наши рассуждения, касающиеся гравитационной константы γ_0 , полностью физически последовательно тождественны результатам анализа других фундаментальных констант ϵ_0 и μ_0 , которые мы называем [2] соответственно *электрической* и *магнитной проницаемостями вакуума*, входящих в законы Кулона электрического и магнитного взаимодействия материальных тел в пространстве физического вакуума. При этом сразу отметим, что здесь не ставится задача пойти проторенным путем многочисленных, по существу, безуспешных попыток объединения электромагнитных и гравитационных взаимодействий посредством прямого сведения гравитации к электромагнетизму, не говоря уже об экзотике: объединения их на базе общей теории относительности. Наш же подход – это на основе полученных в работе [2] результатов воспользоваться далее концепцией современных представлений в теории электромагнетизма [3], базирующихся на полноправном включении в электромагнитную теорию векторных потенциалов с целью применения этой концепции к аналогичному описанию, но уже гравитационных явлений. Причем логика наших рассуждений и аргументация будет в большой степени аналогична методике получения системы уравнений электродинамики Максвелла [4] и более общих уравнений современной теории электромагнетизма [3].

Для построения уравнений гравитационного поля, подобно полю электрическому или магнитному [1], введем понятие *векторного поля гравитационной напряженности*, то есть силы гравитации на единицу массы:

$$\vec{G}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}^{sp}}{m_0} = \frac{m}{4\pi\gamma_0 r^3} \vec{r}. \quad (2)$$

Данное, казалось бы, тривиально очевидное соотношение наглядно иллюстрирует фундаментальный закон Природы «*корпускулярно-полевой дуализм Материи*», поскольку ускорение тела массы m_0 под действием силы описывается в механике *уравнением динамики поступательного движения* $\vec{F} = m_0 \vec{a}$, а потому как две стороны одной медали вектор механического ускорения $\vec{a}(\vec{r})$ материального тела массой m_0 тождественно равен в данной точке векторному полю гравитационной напряженности, создающей это ускорение: $\vec{a}(\vec{r}) \equiv \vec{G}(\vec{r})$. При этом единица измерения ускорения материального тела $\vec{a} = \partial^2 \vec{r} / \partial t^2$ рав-

на в системе СИ $\{m/c^2\}$, а, согласно определению *напряженности потенциального поля* $\vec{G}(\vec{r}) = -\text{grad } \varphi^{sp}$, $\vec{G}(\vec{r})$ измеряется в $\{(m^2/c^2)/m\}$. Конечно математически эти единицы измерения тождественны, но здесь идет речь о физически различных величинах. А это и есть проявление *корпускулярно-полевого дуализма Материи*, где присутствует тождество характеристик движения локализованного в пространстве материального тела и гравитационного поля, создающего такие характеристики, либо наоборот, характеристики поля гравитации регистрируются посредством кинематических параметров тела в этом поле.

Таким образом, размерность векторного поля гравитационной напряженности $\{\vec{G}\} = \{v^2/m\}$ есть *линейная плотность скалярного гравитационного потенциала*, что структурно и физически тождественно размерностям аналогичных векторов электрической $\{\vec{E}\} = \{B/m\}$ и магнитной $\{\vec{H}\} = \{A/m\}$ напряженностей - *линейной плотности соответственно электрического и магнитного скалярного потенциалов*.

Покажем как можно получить *систему дифференциальных уравнений гравитационного поля*, где основой наших рассуждений будет тот факт, что функционально поле $|\vec{G}(\vec{r})| \sim 1/r^2$. То есть с учетом конкретной аналитики соотношения (2) имеем гравитационный аналог электростатической теоремы Гаусса [1] - теорему Гаусса для поля гравитации $\oint_{\forall S} (\gamma_0 \vec{G}) d\vec{S} = \int_{V_S} \rho^m dV$ (⊗), где поток векторного поля $\gamma_0 \vec{G}$ через произвольную замкнутую поверхность S равен массе в объеме V_S внутри этой поверхности.

Соответственно, сравнивая гравитационную теорему Гаусса (⊗) с математической теоремой Гаусса-Остроградского $\oint_{\forall S} \vec{a} d\vec{S} = \int_{V_S} \text{div } \vec{a} dV$, получим при $V_S \rightarrow 0$ первое дифференциальное уравнение гравитационного поля $\boxed{\text{div}(\gamma_0 \vec{G}) = \rho^m}$ (*), где *объемная плотность потока векторного поля* $\gamma_0 \vec{G}(\vec{r})$ равна *объемной плотности массы* $\rho^m = \partial m / \partial V$ в этой точке. Причем аналогично векторам *электрической* $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ и *магнитной* $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ *индукции в пустоте* вектор $\gamma_0 \vec{G}$ физически логично назвать *вектором гравитацион-*

ной индукции. Из определения «дивергенции» следует, что вектор поля гравитационной индукции является *потокowym вектором* и имеет единицу измерения $\{\gamma_0 \vec{G}\} = \{кг/м^2\}$. Как и следовало ожидать, он структурно тождественен размерностям и единицам измерения физически аналогичных потоковых векторов в электромагнетизме: $\{\epsilon_0 \vec{E}\} = \{Кл/м^2\}$ - электрической и $\{\mu_0 \vec{H}\} = \{(B \cdot c)/м^2\}$ - магнитной индукции для пустоты.

Далее из полученного дивергентного уравнения (*) для свободного пространства ($\rho^m = 0$), с учетом соотношения векторного анализа $\text{div rot } \vec{a} = 0$, получаем следующее дифференциальное уравнение $\boxed{\text{rot } \vec{A}^{ep} = \gamma_0 \vec{G}}$ (**).

Здесь функция $\vec{A}^{ep}(\vec{r})$ есть *векторный гравитационный потенциал* с единицами измерения $\{кг/м\}$, структурно и сущностно подобный размерностям и единицам измерения $\{\vec{A}^e\} = \{Кл/м\}$ - электрического и $\{\vec{A}^m\} = \{(B \cdot c)/м\}$ - магнитного векторных потенциалов в электромагнетизме. И еще. Во-первых, поскольку в уравнении (**) вектор $\gamma_0 \vec{G}$ реализуется посредством векторного произведения векторного оператора «Набла» на векторную функцию: $[\nabla \vec{A}^{ep}]$, то тем самым однозначно устанавливается, что векторы \vec{G} и \vec{A}^{ep} взаимно ортогональны. Во-вторых, в уравнении (**) $\text{rot } \vec{A}^{ep} \neq 0$, а потому *поле вектора $\vec{A}^{ep}(\vec{r})$ чисто вихревое*, и по этой причине можно записать еще одно уравнение в виде кулоновской калибровки: $\boxed{\text{div}(\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{A}^{ep}) = 0}$ (***) .

К сожалению, коэффициент в уравнении (***), обратно пропорциональный скорости света в вакууме $\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 1/c_0$, строго нами не аргументирован и записан в дивергентном операторе для подгонки под *потоковой вектор* $\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{A}^{ep}$. Но именно так это сделано не на пустом месте, а базируется на результатах работы [2], где показано, что *все разговоры о скорости распространения полей гравитационного взаимодействия, по величине отличной от скорости света вплоть до бесконечности, следует считать безосновательными, поскольку передача любых силовых пространственных взаимодействий материальных тел определяется только свойствами физического вакуума*. И всё же,

единица измерения такого вектора $\{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\vec{A}^{2p}\} = \{(\kappa z/m^2) \cdot c\}$ весьма странная и физически далеко неочевидная, но она структурно соответствует размерностям и единицам измерения потоковых векторов на основе векторных потенциалов в электромагнетизме [3]: $\{\varepsilon_0\vec{A}^m\} = \{(Kл/m^2) \cdot c\}$ и $\{\mu_0\vec{A}^e\} = \{(B \cdot c/m^2) \cdot c\}$. Причем все эти физические величины при частном дифференцировании по времени $\partial / \partial t$ дают потоковые вектора соответствующих полей *индукции*: $\{\varepsilon_0\partial\vec{A}^m/\partial t\} = \{Kл/m^2\} = \{\vec{D}\}$ - электрической, $\{\mu_0\partial\vec{A}^e/\partial t\} = \{(B \cdot c)/m^2\} = \{\vec{B}\}$ - магнитной и $\{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\partial\vec{A}^{2p}/\partial t\} = \{\kappa z/m^2\} = \{\gamma_0\vec{G}\}$ - гравитационной.

Данные рассуждения позволяют предложить функциональную связь между векторными полями *гравитационной напряженности* $\vec{G}(\vec{r})$ и *векторного гравитационного потенциала* $\vec{A}^{2p}(\vec{r})$ в виде соотношения:

$$\vec{G} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\gamma_0} \frac{\partial\vec{A}^{2p}}{\partial t}, \quad (3)$$

которое, по нашему мнению, является фундаментальным, ведь в дальнейшем оно должно помочь нам окончательно построить систему дифференциальных уравнений гравитационного поля. Интересно, что структурно и сущностно формула (3) полностью соответствует соотношениям электродинамики [3]: $\vec{E} = -\partial\vec{A}^m / \partial t$ и $\vec{H} = \partial\vec{A}^e / \partial t$.

Однако здесь мы имеем странную, если не сказать абсурдную ситуацию: в теории электромагнетизма векторы \vec{E} и \vec{A}^m , \vec{H} и \vec{A}^e каждой пары взаимно коллинеарны, а пара векторов \vec{G} и \vec{A}^{2p} с одной стороны, согласно уравнению (**), должны быть взаимно ортогональны, но с другой стороны, навскидку, согласно соотношению (3), \vec{G} и \vec{A}^{2p} - коллинеарные векторы. Выход из этого, якобы парадокса может быть только один: справедливы сразу оба вывода, поскольку векторы \vec{G} и \vec{A}^{2p} действительно ортогональны, а \vec{G} и $\partial\vec{A}^{2p} / \partial t$ - коллинеарные векторы. Объяснения становятся тривиальными, если понимать, что по размерности $(\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} / \gamma_0)\vec{A}^{2p}$ - это вектор скорости, а потому его временная производная $(\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} / \gamma_0)\partial\vec{A}^{2p} / \partial t$ есть вектор нормального ускорения. Итак, «парадокс» успешно разрешен! Более того, мы убедились, что соотноше-

ние (3) представляет собой полевой эквивалент кинематической формулы: $\vec{a} = d\vec{v} / dt$, что снова наглядно иллюстрирует фундаментальный закон Природы «корпускулярно-полевой дуализм Материи».

Для построения последнего четвертого уравнения искомой системы возьмем ротор от уравнения (3), и с учетом уравнения (***) в итоге получим соотношение $\boxed{\text{rot } \vec{G} = -\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \partial \vec{G} / \partial t}$ (****), где знак здесь требует проверки, которая будет проведена ниже. Соответственно, посредством соотношения (3), изменим уравнение (**) так, чтобы оно стало с точностью до знака структурно симметричным (****) : $\boxed{\text{rot } \vec{A}^{zp} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \partial \vec{A}^{zp} / \partial t}$.

Таким образом, окончательно получаем систему уравнений гравитационного поля, представляющую собой систему дифференциальных уравнений первого порядка относительно двух векторных функций $\vec{G}(\vec{r})$ и $\vec{A}^{zp}(\vec{r})$:

$$\begin{aligned} \text{a) } \text{rot } \vec{G} &= -\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} , & \text{b) } \text{div} (\gamma_0 \vec{G}) &= \rho^m , & (4) \\ \text{c) } \text{rot } \vec{A}^{zp} &= \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial \vec{A}^{zp}}{\partial t} , & \text{d) } \text{div} (\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \vec{A}^{zp}) &= 0 . \end{aligned}$$

Интересно, что структурно система уравнений (4) весьма необычна и совершенно не коррелирует с системой уравнений электродинамики Максвелла [1]. Если говорить более конкретно, то уравнения относительно гравитационной напряженности $\vec{G}(\vec{r})$ (4a) и гравитационного векторного потенциала $\vec{A}^{zp}(\vec{r})$ (4c) казалось бы полностью независимы, поскольку, в сравнении с уравнениями Максвелла, между уравнениями (4) отсутствует в явном виде перекрестная пространственно-временная функциональная связь. Однако, такая функциональная связь между векторными полями $\vec{G}(\vec{r})$ и $\vec{A}^{zp}(\vec{r})$ все же существует в виде отдельного фундаментального соотношения (3), позволившего нам построить систему уравнений гравитационного поля (4).

Возникает теперь законный вопрос о правомерности знаков при временных производных в уравнениях (4a) и (4c). На эти вопросы проще всего и нагляднее можно ответить, записав эти по сути дела волновые уравнения в кон-

кретном виде для волн, распространяющихся, например, вдоль положительного направления оси OX , при конкретно ориентированных векторах компонент гравитационного поля, а именно $G_y(x, t)$ и $A_z^{2p}(x, t)$. В качестве ориентира учтем, что волновое уравнение для произвольной плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси OX $f(x, t) = f_0 \cos(\omega t - kx - \varphi)$, представляется в следующей форме: $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{v} \frac{\partial f}{\partial t} = 0$.

Тогда, расписав уравнения (4а) и (4с) согласно условию поставленной выше задаче, в итоге получим

$$\frac{\partial G_y}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial G_y}{\partial t} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial A_z^{2p}}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial A_z^{2p}}{\partial t} = 0,$$

где константа $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ является *скоростью света в физическом вакууме*. Таким образом, скорость распространения гравитационных волн c^{2p} определяется только лишь электрическими ε_0 и магнитными μ_0 параметрами пространства физического вакуума и в точности равна скорости света (электромагнитных волн) в свободном от Материи пространстве: $c^{2p} = c_0$.

Итак, проверка показала, что представленные уравнения гравитационного поля (4а) и (4с) действительно верны и являются уравнениями гравитационной волны с взаимно ортогональными векторными компонентами *гравитационной напряженности* $\vec{G}(\vec{r}, t)$ и *векторного гравитационного потенциала* $\vec{A}^{2p}(\vec{r}, t)$, подробный анализ решения которых следует провести в дальнейшем. Но уже сейчас можно сказать, что, согласно соотношению (3), где $\vec{G} \sim \partial \vec{A}^{2p} / \partial t$, колебания компонент $\vec{G}(\vec{r}, t)$ и $\vec{A}^{2p}(\vec{r}, t)$ в плоской гармонической волне поля гравитации имеют относительно друг друга сдвиг по фазе на $\pi/2$.

Как и ожидалось, уравнения (4а) и (4с) посредством соотношения энергетического баланса отвечают также на физически принципиальный вопрос, что же переносят волны гравитационного поля? Следуя расчету, имеем

$$\vec{A}^{2p} \text{rot } \vec{G} - \vec{G} \text{rot } \vec{A}^{2p} = \text{div} [\vec{G}, \vec{A}^{2p}] = -\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \vec{A}^{2p} \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} - \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \vec{G} \frac{\partial \vec{A}^{2p}}{\partial t}. \quad (5)$$

Видно, что соотношение энергетического баланса (5) характеризует в данной точке пространства объемную плотность механической энергии (слагаемые слева), изменение которой определяет транспорт в окружающее пространство объемной плотности потока вектора поверхностной плотности энергии (дивергентное слагаемое). Таким образом, система уравнений гравитационного поля (4) действительно физически содержательна и перспективна, а потому требует в дальнейшем серьезного изучения, а следующее из нее соотношение энергетического баланса (5) представляет собой гравитационный аналог широко известной теоремы Умова-Пойнтинга [1].

Соответственно можно получить *систему дифференциальных уравнений гравистатики*, где основой наших рассуждений будет то, что в статическом случае поле $\vec{G}(\vec{r})$ - *потенциальное поле*. Тогда в конечном итоге имеем

$$\begin{aligned} \text{a) } \operatorname{rot} \vec{G} &= 0, & \text{b) } \operatorname{div} (\gamma_0 \vec{G}) &= \rho^m, & (6) \\ \text{c) } \operatorname{rot} \vec{A}^{sp} &= \gamma_0 \vec{G}, & \text{d) } \operatorname{div} (\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \vec{A}^{sp}) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь уравнение (6a) определяет условие потенциальности векторного поля $\vec{G}(\vec{r})$, а уравнение (6b), как и должно быть, есть гравитационный аналог теоремы Гаусса. Далее из уравнения (6b) для свободного пространства ($\rho^m = 0$) получаем следующее уравнение (6c), где функция $\vec{A}^{sp}(\vec{r})$ - *векторный гравитационный потенциал*, соответственно $\gamma_0 \vec{G}$ - *вектор гравитационной индукции*. И поскольку в уравнении (6c) $\operatorname{rot} \vec{A}^{sp} \neq 0$, то *поле вектора $\vec{A}^{sp}(\vec{r})$ чисто вихревое*, а потому можно записать и последнее уравнение (6d) в виде кулоновской калибровки.

Построенная система уравнений статического гравитационного поля (6) позволяет также получить соотношение энергетического баланса, а именно

$$\vec{A}^{sp} \operatorname{rot} \vec{G} - \vec{G} \operatorname{rot} \vec{A}^{sp} = \operatorname{div} [\vec{G}, \vec{A}^{sp}] = -\gamma_0 (\vec{G} \cdot \vec{G}). \quad (7)$$

Видно, что соотношение энергетического баланса характеризует в данной точке пространства объемную плотность механической энергии (слагаемое слева), которая принципиально определяется транспортом извне объемной плотности гравитационного потока (дивергентное слагаемое), либо наоборот (7), ис-

точник энергии гравитации создает гравитационный поток наружу. Следовательно, система уравнений гравистатики (6) также физически содержательна, а следующее из нее соотношение энергетического баланса (7) представляет собой статический аналог гравитационной теоремы Умова-Пойнтинга.

Резюме. На основе концепции «корпускулярно-полевого дуализма Материи» в виде тождества кинематических характеристик локализованного в пространстве материального тела и гравитационного поля, создающего такие характеристики при полном включении в теорию векторного гравитационного потенциала построены системы динамических и статических уравнений гравитационного поля. При этом гравитационное поле принципиально реализуется неразрывной совокупностью двух векторных полей, а именно, *вектора гравитационной напряженности и гравитационного векторного потенциала*. В рамках указанных уравнений однозначно показано: *скорость распространения волн гравитации в точности равна скорости света в физическом вакууме*, что базируется на выводах основополагающей работы [2] о *Едином поле* силового пространственного взаимодействия материальных тел. Принципиально здесь также и то, что уравнения гравитационного поля никоим образом не коррелируют с системой уравнений электродинамики Максвелла, то есть *поля гравитации и электромагнетизма физически независимы*, хотя оба поля распространяются в одном и том же пространстве - физическом вакууме.

Литература

1. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. - М.: Советская энциклопедия, 1983.
2. Сидоренков В.В. Единое поле силового пространственного взаимодействия материальных тел // <http://www.samomudr.ru/?p=1846> .
3. Сидоренков В.В. Физико-математические принципы построения и концептуальный анализ уравнений современной полевой теории электромагнетизма // <http://www.samomudr.ru/?cat=37> .
4. Сидоренков В.В. Методические аспекты построения и анализа электродинамических уравнений Максвелла // Труды VI Всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике». Часть III. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. С. 215-219; // <http://scipeople.ru/publication/100582/> .