Ю. С. Владимиров

ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ

ЯВНЫЕ И СКРЫТЫЕ РАЗМЕРНОСТИ

- Четырехмерное классическое пространство-время
- Физические особенности пространства-времени четырех измерений
- Загадка Калуцы — пятимерное пространство-время
- Загадки и гипотезы многомерия
- Пространство-время — это вся физика
- Пространство-время как арена для физики
- Пространство-время как система отношений между событиями
- Бинарная геометрофизика как предгеометрия

URSS

НАУКУ — ВСЕМ!
Шедевры научно-популярной литературы

Ю. С. Владимиров

ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ:

ЯВНЫЕ И СКРЫТЫЕ РАЗМЕРНОСТИ

Издание второе,
переработанное и дополненное

URSS
МОСКВА

ББК 22.312

Владимиров Юрий Сергеевич

Пространство-время: явные и скрытые размерности. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. — 208 с.
(НАУКУ — ВСЕМ! Шедевры научно-популярной литературы.)

Что такое размерность пространства-времени? Почему наблюдаемый нами мир четырехмерен? Существуют ли скрытые размерности пространства и времени? Почему пятимерный подход Калуцы, объединяющий теории гравитации и электромагнетизма, не получил всеобщего признания? Как можно использовать гипотезу о скрытых размерностях в современной физике для построения единой теории физических взаимодействий? На эти и многие другие вопросы, представляющие интерес не только для физиков-теоретиков, но и для философов, автор пытается дать ответ с позиций современного состояния науки.

Для читателей, интересующихся актуальными проблемами теоретической физики, знакомых с физикой и математикой в объеме общих курсов, читаемых в вузах.

Издательство «Книжный дом "ЛИБРОКОМ"».
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 9.
Формат 60×90/16. Печ. л. 13. Зак. № 2921.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-397-01072-6

7530 ID 103082
9 785397 010726

Оглавление

Предисловие ко второму изданию

Со времени публикации этой книги, вышедшей под редакцией академика Ф. И. Федорова, прошло уже 20 лет. И хотя ее тираж был достаточно большой по нынешним меркам (9200 экземпляров), она быстро исчезла с прилавков магазинов.

Продолжая заниматься вопросами размерности пространства-времени, автор более основательно изложил свое понимание данной проблемы в «Метафизике» [2], «Геометрофизике» [3] и в отдельной работе «Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий» [4]. Однако коллеги все же убедили автора переиздать эту книгу, доступную широкому кругу читателей.

Разумеется, за прошедшие годы многое в книге устарело, поэтому ее пришлось переработать с учетом современных представлений о сущности пространства-времени и о его явных и скрытых размерностях.

Изменилась и структура книги: в ней появилось две части. Первая — «Классическое пространство-время и загадки 5-мерия» — посвящена эволюции учения о пространстве-времени. И хотя в ней рассматривались, казалось бы, «вечные» вопросы, их интерпретация с позиции 80-х годов прошлого века нуждалась в определенной корректировке.

Вторая часть — «Три взгляда на природу пространства-времени и взаимодействий» — написана на основе современных научных представлений и отражает позицию автора, которая приобрела более полное выражение. В итоге фактически получилась новая книга по прежней тематике и с прежним названием.

Автор надеется, что это издание будет способствовать возрождению интереса к фундаментальным проблемам современного естествознания и бытия в целом.

Пользуюсь случаем, хочу выразить искреннюю благодарность своим ученикам и коллегам за многолетнее плодотворное сотрудничество и обсуждение затронутых в книге вопросов. Слова особой благодарности С. В. Болохову за техническую помощь в подготовке данного издания к печати, а также всему коллективу Издательской группы URSS, взявшему на себя труд по подготовке материала книги к изданию.

Ю. С. Владимиров,
профессор физического факультета
МГУ имени М. В. Ломоносова,
профессор Института гравитации
и космологии при РУДН

Введение

Каково пространство и время, в которых мы живем? Почему окружающее нас классическое пространство трехмерно, а время одномерно? Так ли это на самом деле? Нет ли скрытых размерностей? Какова же истинная размерность физического пространства-времени? Почему мероопределение имеет квадратичный характер? Почему основные уравнения физики описываются дифференциальными уравнениями второго порядка (т. е. записываются для ускорений)?

Эти вопросы волнуют сегодня не только физиков-теоретиков и философов, но и всех, кто задумывается о сущности мироздания. Попытаемся дать на них ответ с позиций современной науки.

Сразу же подчеркнем, что в современной фундаментальной теоретической физике изучаются принципы, понятия и концепции, лежащие в основании наших представлений о физическом мире. И не удивительно, что эта область науки вплотную смыкается с философией и богословием, в ведении которых традиционно находились данные вопросы.

Размерность пространства и времени... Физическая наука подошла к решению этой задачи лишь в конце XIX – начале XX вв. в лице Б. Римана, Э. Маха, А. Эйнштейна, Т. Калуцы и др. С тех пор вокруг этой проблемы не раз возникали споры и не только на страницах научных журналов. Но большой общественный интерес сменялся периодами забвения. К «золотым» годам следует отнести первую четверть XX столетия (создание специальной и общей теории относительности, появление 5-мерной объединенной теории гравитации и электромагнетизма Т. Калуцы). Некоторый подъем интереса к многомерию наблюдался также в 1950-е годы, но особенно он возрос в 1980-е годы в связи с постановкой задачи объединения физических взаимодействий.

В XX веке разработка теории пространства-времени, его размерности и иных свойств производилась по нескольким направлениям, каждому из которых посвящена отдельная глава в первой части книги.

1. Развитие физики в рамках 4-мерного пространства-времени, описываемого как специальной, так и общей теорией относительности.
2. Анализ особенностей физической теории в рамках 4-мерного пространства-времени в сравнении с мыслимыми теориями в многообразиях иной размерности. Цель этих работ — поиск физических закономерностей, ответственных за наблюдаемую 3-мерность классического пространства.
3. Построение и анализ 5-мерной единой геометрической модели гравитации и электромагнетизма, предложенной Т. Калуцей. Работы этого направления заложили основы для дальнейших исследований проблемы описания всех физических взаимодействий через дополнительные (скрытые) размерности пространства-времени.
4. Исследования, направленные на решение с помощью 5-мерия таких фундаментальных проблем, как геометрическое описание масс элементарных частиц, геометризация квантовой механики, анализ возможных скалярных полей геометрического происхождения и др.

Излагаемый в первой части материал опирается на классическую общую теорию относительности Эйнштейна, которая представляет собой лишь часть более широкого *геометрического миропонимания*, нацеленного на геометризацию всей физики. Однако, оставаясь в рамках классического геометрического подхода, вряд ли возможно ответить на поставленные выше вопросы. На их решение можно надеяться лишь при рассмотрении проблем физики с более общих позиций — как бы извне классической геометрии. С этой целью попытаемся посмотреть на физическую реальность с позиций геометрического, теоретико-полевого и реляционного миропониманий, каждое из которых отличается собственной интерпретацией свойств пространства-времени и физических взаимодействий, включая гравитационное.

В экстремальной трактовке *геометрического миропонимания* геометрия — это вся физика. В доминирующем ныне *теоретико-полевом подходе* пространство-время понимается как априорно заданная сцена, на которой разыгрывается мировой спектакль (строится вся физика). Наконец, в *реляционном миропонимании* нет априорно заданного пространственно-временного фона. Вместо него выступают отношения между событиями с участием материальных объектов. Нет объектов и событий — нет смысла говорить о пространстве и времени.

Осознание этого обстоятельства заставило выделить во второй части книги три отдельные главы, посвятив их рассмотрению пространства-времени и теории физических взаимодействиях с позиций названных миропониманий. Сопоставление различных подходов к физической реальности привело к постановке еще более глубоких вопросов: Что же собой представляет пространство-время? Какова его истинная природа? Можно ли его вывести из более элементарных понятий? Видимо, только продвинувшись в решении этих проблем, удастся ответить на поставленные выше задачи теоретического обоснования размерности, сигнатуры и других свойств классического пространства-времени.

Анализ перечисленных подходов к физической реальности позволяет выделить главную тенденцию дальнейшего развития фундаментальной теории. Она состоит в переходе от названных миропониманий к единой теории в рамках монистической парадигмы, базирующейся на обобщенной физической категории, удивительные свойства которой уже просматриваются сквозь пелену существующих догм и предрассудков. Эти проблемы излагаются в заключительной главе книги.

Решения фундаментальных проблем, как свидетельствует история развития науки, всегда сопровождались практическими приложениями. Так было после создания теории относительности и квантовой механики. Разработка проблемы размерности пространства-времени также тесно связана с решением задачи объединения физических взаимодействий и уточнением их свойств. Однако было бы неправильным сводить проблему лишь к этим задачам.

У читателя, не искушенного в премудростях математического аппарата или в тонкостях теоретической физики, может создаться впечатление, что речь пойдет о сухих, абстрактных проблемах, чрезвычайно сложных для понимания. Ведь в изложении физических теорий как правило используются математические методы, доступные лишь специалистам. Действительно, в работах подобного рода трудно обойтись без формул. Но в данной книге их количество сведено до минимума, причем большая часть имеет чисто иллюстративный характер. А чтобы облегчить восприятие интересного, но требующего сосредоточенного внимание материала, автор предпринял попытку «оживить» его изложение, поместив в книгу стихи, перекликающиеся с рассматриваемой проблематикой.

Раздел I

Классическое пространство-время и загадки 5-мерия

Глава 1

Четырехмерное классическое пространство-время

Высь, ширь, глубь. Лишь три координаты.
Мимо них где путь? Засов закрыт.
С Пифагором слушай сфер сонаты,
Атомам дли счет, как Демокрит.

В. Брюсов [1)]

Современный человек привык к изменениям во всех сферах жизни: в науке, технике, в социальной сфере. Одни взгляды и теории сменяют другие. Причем по одним и тем же вопросам, как правило, имеются различные суждения и теории. Доминирующими становятся то одни, то другие, и далеко не всегда очевидно, какие следует предпочесть. Быстро меняются и знания о космосе, об элементарных частицах, их взаимодействиях. Наиболее консервативными в системе мировоззрения оказались наши представления о пространстве и времени. И так было испокон веков. Точнее, с III века до н. э., когда в «Началах» Евклида были сформулированы положения о пространстве и времени, остававшиеся неизменными более двух тысячелетий вплоть до XX века.

С открытием специальной теории относительности (1905 г.) представления о пространстве и времени подверглись радикальному пересмотру. Сначала было осознано, что они образуют единое 4-мерное многообразие, а затем, с созданием общей теории относительности (1913–1916 гг.), — что это многообразие искривлено. В данной главе рассматриваются главные следствия этих открытий,

---

[1)] *Брюсов В.* Мир *N* измерений // Избр. соч.: В 2 т. М.: Гослитиздат, 1955. Т. 1. С. 499. Следует отметить, что все пять строф этого стихотворения В. Брюсова подходят в качестве эпиграфов к главам настоящей книги.

позволившие сделать новые шаги в понимании природы и свойств пространства-времени, в котором мы живем.

Сложившиеся к настоящему времени представления о физической реальности убедительно свидетельствуют о том, что пространство-время должно рассматриваться в неразрывном единстве со свойствами находящихся в нем материальных объектов и физических взаимодействий между ними, поэтому в этой главе изложены самые необходимые сведения о четырех видах фундаментальных физических взаимодействий.

1.1. Трехмерная геометрия Евклида и абсолютное время

В сознании человека прочно укоренились представления о неизменности трехмерного пространства, которое является извечным вместилищем всего сущего, независимо от его качественных и количественных параметров. Наше пространство интуитивно воспринималось как сцена, не меняющаяся от того, сколько актеров на ней находится и есть ли они вообще. Такие воззрения можно найти еще у греческих атомистов Демокрита и Эпикура.

Поведение «актеров» и движение материи как «первого субстрата каждой вещи» были описаны в «Физике» Аристотеля, воззрения которого оставались господствующими вплоть до эпохи Возрождения.

В принципе схема «сцена — пространство» и «актер — материя» сохранилась до наших дней (рис. 1.1). В современной физике

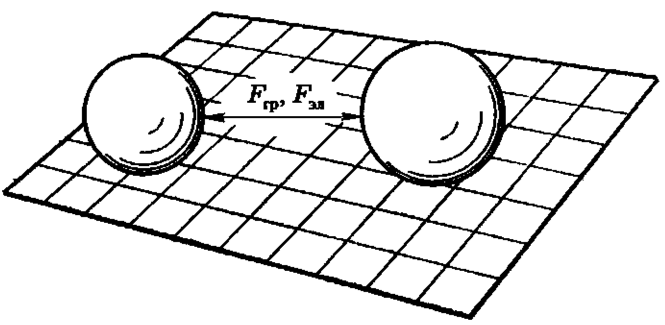


Рис. 1.1. Согласно теории Ньютона пространство и время не зависят от присутствия в них материальных объектов. Силы взаимодействия между телами вводятся в пространство извне

поля — электромагнитное, глюонные и других частиц — вводятся как правило в готовое пространство-время извне. Так же, исходя из дополнительных соображений, задаются их взаимодействия. Если они по каким-то причинам оказываются неудовлетворительными, то подбираются иные поля и взаимодействия.

Система физических представлений Аристотеля не пережила эпоху Возрождения. Ей на смену пришла ньютоновская система, изложенная в фундаментальном трактате «Математические начала натуральной философии».

В отличие от аристотелевской физики, система евклидовых представлений о пространстве пережила эпоху Возрождения, обогатившись новыми методами описания движения тел в пространстве. Здесь следует прежде всего назвать Р. Декарта и И. Ньютона, в работах которых были развиты понятия координатных систем и систем отсчета. По образному выражению русского поэта В. Хлебникова, на мир была наброшена «сетка из чисел».

Арифметизация точек евклидового пространства позволила перейти к аналитической геометрии, существенно упростившей формулировку физических законов. Вместо традиционных чертежей и теорем геометрия заговорила языком чисел.

Нельзя сказать, что идея абсолютного пространства и абсолютно неподвижной системы отсчета не вызывала возражений. Сомнения в справедливости этой идеи высказывались Аристотелем, Г. Лейбницем и И. Кантом. Обсуждая соотношения категорий пространства и находящихся в нем тел, эти выдающиеся мыслители возражали против положения о правомерности суждений о протяженности без тел. Многие их соображения остаются актуальными и по сей день. Однако даже самая буйная фантазия не поднималась до мысли о взаимосвязи понятий времени и пространства. Время — «река времен» — понималось независимым от пространства, как абсолютная, чистая длительность протекающих в пространстве процессов.

Измерения длин и протяженностей мыслились исключительно с помощью линейки или других откалиброванных тел, тогда как измерения промежутков времени — с помощью часов, представляющих собой качественно иные приборы. Промежутки времени характеризуются одним числом, т. е. время одномерно, в отличие от трехмерного пространства:

> Столетия — фонарики! о, сколько вас во тьме,
> На прочной нити времени, протянутой в уме! —

так писал о «нити времени» В. Брюсов[2]. Протяженность и длительность воспринимались как несравнимые понятия.

С абсолютным пространством связывалась абсолютная (неподвижная) система отсчета. А все системы, равномерно и прямолинейно движущиеся относительно нее, образовывали класс инерциальных систем отсчета. Именно в них справедливы известные законы динамики Ньютона. Абсолютность времени и равноправность всех инерциальных систем отсчета отражались свойством инвариантности (независимости) уравнений ньютоновой механики относительно преобразований Галилея:

$$t' = t; \quad \vec{x}\,' = \vec{x} + \vec{v}t, \tag{1.1}$$

где $\vec{v}$ — скорость движения одной инерциальной системы отсчета относительно другой.

Следует подчеркнуть, что некоторых мыслителей беспокоил вопрос: течет ли «река времени» бесстрастно, независимо от процессов, происходящих с телами, или определяется этими процессами? Последней точки зрения придерживались Аристотель и Лейбниц. Однако для практических целей было значительно проще полагать время абсолютным и однородным. К тому же не было каких-либо побудительных причин для отказа от столь простых и естественных допущений. В итоге сложившиеся представления укоренились и сыграли важную роль в развитии механики в течение нескольких столетий.

Вместе с тем, некая червоточина в размышлениях продолжала будоражить наиболее критичные умы. Два вопроса — о соотношении категории времени и материальных процессов, с одной стороны, и категории пространства и присутствующих в нем материальных тел, с другой, — фактически содержали в себе зерно будущего объединения пространства и времени в единое многообразие. Связующим звеном оказались материальные объекты и процессы, фигурировавшие в обеих проблемах. Но для того чтобы это зерно дало всходы, необходимо было подготовить почву.

1.2. Мир четырех измерений. Специальная теория относительности

Какие бы грандиозные открытия в теории пространства и времени ни были сделаны в будущем, двадцатый век навсегда войдет

---

[2] *Брюсов В.* Фонарики // Избранное. М.: Моск. рабочий, 1979. С. 111.

в историю науки как время великого открытия, заставившего отказаться от устоявшихся представлений о пространстве и времени и от действовавших на протяжении нескольких столетий законов механики. Герман Минковский, выступая в 1908 г. на 80-м собрании немецких естествоиспытателей и врачей в Кельне, заявил: «Милостивые господа! Воззрения на пространство и время, которые я намерен перед вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе должны обратиться в фикции, и лишь некоторый вид соединения обоих должен сохранить самостоятельность» [5, с. 167].

Пространство и время оказались объединенными в единое 4-мерное многообразие. Это открытие, выразившееся в создании коллективом выдающихся физиков и математиков специальной теории относительности, оказало огромное влияние не только на все дальнейшее развитие физики, но и на все миропонимание:

До чего, современники, мы дожили:
Самое Время — канатный плясун!

В. Брюсов

Не случайно это событие нашло отражение в живописи (см., например, картины Чюрлениса) и в других видах искусства первой четверти прошлого века. Но особенно ярко данная тема звучит в поэзии В. Брюсова и В. Хлебникова. Так, в стихотворении «Теория относительности» В. Брюсова читаем:

Первозданные оси сдвинуты
Во вселенной. Слушай: скрипят!
Что наш разум зубчатый? — лавину ты
Не сдержишь, ограды крепя.
Для фараоновых радужных лотосов
Петлицы ли фрака узки,
Где вот-вот адамант Leges motus'ов[3)]
Ньютона — разлетится в куски!

Но не только восхищение научным открытием стоит за данным отрывком, но и чувство смятения, которое охватывает человека при восприятии идей теории относительности. Примечательно, что даже крупнейшие физики того времени далеко не сразу смогли понять

[3)] Законов движения.

и оценить ее суть. Как писал К. Зелиг, «даже Нильс Бор, принадлежавший, как и Планк, к „отцам атомной теории", долгое время скептически относился к теории относительности. Вильгельм Рентген тоже честно признавался в письме: „У меня еще никак в голове не укладывается, что надо применять такие совершенно абстрактные рассуждения и понятия для объяснения явлений природы"... Новую теорию высмеивали юмористические журналы и эстрадные куплетисты» [6, с. 69]. А в книге Б. Г. Кузнецова об А. Эйнштейне можно найти такие слова: «Эйнштейн в письме в Цюрих к своему другу доктору Генриху Цангеру говорил (после Сольвеевского конгресса 1911 г. — *Ю. В.*), что сущность теории относительности не была понята» [7, с. 200]. Да и сегодня по трудности восприятия с теорией относительности может сравниться разве что освоение принципов квантовой механики.

Согласно теории относительности, измерения длин и промежутков времени в разных системах отсчета осуществляются с помощью определенных материальных процессов — посылки и приема световых сигналов. По образному выражению Дж. Синга, теперь мы имеем дело не с геометрией, а с хроногеометрией, когда длины и интервалы времени измеряются одними и теми же приборами — часами.

Нередко приходится слышать утверждение, что все в нашем мире относительно. Но даже в теории относительности имеются абсолютные величины — инварианты, которые не зависят от наблюдателя или используемых координат. Прежде всего таковым является *интервал* Δs между двумя точками-событиями, определяемый выражением

$$\Delta s^2 = (\Delta x^0)^2 - (\Delta x^1)^2 - (\Delta x^2)^2 - (\Delta x^3)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta l)^2, \quad (1.2)$$

где

$$\Delta x^0 = c(t_2 - t_1), \quad \Delta x^1 = x_2^1 - x_1^1, \quad \ldots, \quad \Delta x^3 = x_2^3 - x_1^3$$

— разности декартовых координат двух точек, в которых произошли события. Это выражение содержит справа квадрат интервала времени Δt^2 и квадрат длины

$$\Delta l^2 = (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2,$$

играющие в теории Ньютона ключевые роли в отдельности.

Соотношение (1.2) принято записывать в несколько иной форме:

$$\Delta s^2 = \eta_{\alpha\beta}\Delta x^\alpha \Delta x^\beta,$$

или, переходя к бесконечно близким точкам,

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta, \tag{1.3}$$

где $\eta_{\alpha\beta}$ — совокупность из 16 коэффициентов, называемых *компонентами метрического тензора*. Греческие индексы здесь и в дальнейшем пробегают четыре значения: 0, 1, 2, 3. По парам повторяющих индексов всегда подразумевается суммирование. В декартовых координатах, согласно (1.2), компоненты $\eta_{\alpha\beta}$ записывается в виде матрицы

$$(\eta_{\alpha\beta}) = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{1.4}$$

Совокупность знаков при единицах на главной диагонали определяет *сигнатуру* пространства-времени. Координаты, соответствующие знакам минус, будем называть пространственными (пространственно-подобными), а координату со знаку плюс — временной (времени-подобной).

Отмечая заслуги Минковского, развившего геометрию 4-мерного пространства-времени, многообразие с метрическим тензором (1.4) называют *пространством Минковского*. В этом пространстве вид квадрата интервала остается неизменным при преобразованиях Лоренца

$$x'^0 = \frac{x^0 - x^1(v/c)}{\sqrt{1-(v/c)^2}}; \quad x'^1 = \frac{x^1 - x^0(v/c)}{\sqrt{1-(v/c)^2}}; \tag{1.5}$$
$$x'^2 = x^2; \quad x'^3 = x^3.$$

обобщающих преобразования Галилея (1.1). Здесь v скорость движения вдоль оси x^1 одной системы отсчета относительно другой. Очевидно, что при малых скоростях v по сравнению со скоростью света c (1.5) переходит в (1.1), а промежутки времени $t = x^0/c$ и $t' = x'^0/c$ в двух системах отсчета различны. Время преобразуется, т. е., по образному выражению Брюсова, время — «канатный плясун». Расстояния между событиями также различны в двух системах отсчета. Это было непривычным и долгое время вызывало возражения и даже сопротивление.

Выводы теории относительности были столь же новы и необычны, как поэзия Маяковского и Хлебникова, как новые приемы в живописи, скульптуре и архитектуре первой четверти XX века.

А в стихах Велемира Хлебникова, написанных в 1922 году, прямо воспевался тот, кто

Уравнение Минковского
На шлеме сером начертал,
И песнезовом Маяковского
На небе черном проблистал [4].

Истории возникновения идей специальной теории относительности посвящена обширная научная литература. Во всех учебниках рассказывается, с какими ключевыми экспериментами пришли в противоречия представления ньютоновой механики, приводятся уравнения электродинамики, для которых впервые была установлена инвариантность относительно преобразований Лоренца, подробно обсуждается проблема соотношения электродинамики и механики. Поэтому не будем здесь их повторять и продолжим наши размышления.

1.3. Четыре вида физических взаимодействий

До поры до времени можно рассматривать пространство-время как нечто самостоятельное, как априорно заданный фон, на котором разыгрывается мировой спектакль, однако при таком его понимании не удастся далеко продвинуться. Чтобы как следует разобраться в его свойствах, увидеть возможности их обобщений и понять, почему они именно таковы, необходимо проанализировать теорию пространства-времени совместно с теорией физических взаимодействий. В связи с этим напомним самые существенные для дальнейшего изложения сведения о четырех видах фундаментальных физических взаимодействий: гравитационном, электромагнитном, слабом и сильном.

История развития представлении о первых двух своими корнями уходит вглубь столетий, а что касается последних, то она началась с открытия радиоактивности. На широко известной из учебной литературы картинке (см. рис. 1.2), демонстрирующей радиоактивное излучение, фактически показаны проявления трех фундаментальных взаимодействий: γ-излучение возникает в результате электромагнитного взаимодействия, β-излучение (электроны) обусловлено слабым взаимодействием, а α-излучение — сильным.

[4] Пути в незнаемое. М.: Сов. писатель, 1986. С. 413.

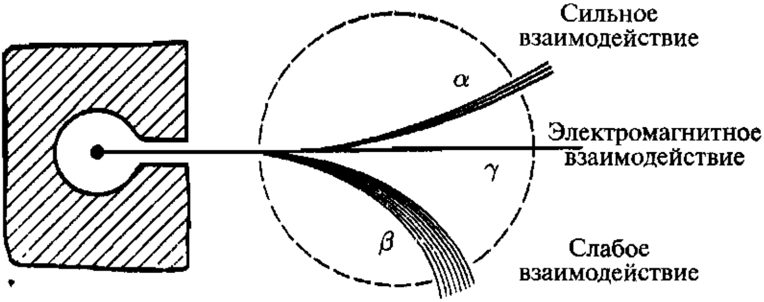


Рис. 1.2. Три типа лучей, испускаемых радиоактивными веществами, обусловлены тремя видами фундаментальных физических взаимодействий: сильным (α-лучи), слабым (β-лучи) и электромагнитным (γ-лучи)

Гравитационное взаимодействие — «сила, что движет мирами» доминирует в управлении поведением громадных массивных объектов, когда оказываются уравновешенными электрические и другие свойства отдельных частиц. В частности, оно господствует в астрономических масштабах: от планет Солнечной системы и выше — вплоть до управления эволюцией всей Вселенной. В микромире вклад этого взаимодействия пренебрежимо мал по сравнению с другими тремя видами. Гравитационное взаимодействие характеризуется ньютоновской гравитационной постоянной:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{см}^3 \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}.$$

Электромагнитное взаимодействие лежит в основе большинства процессов окружающего нас мира — от масштабов нашей планеты до атомов и молекул. Именно благодаря ему материя связана в вещество, тела. Видимо, не будет преувеличением утверждать, что классические пространственно-временные представления самым непосредственным образом обусловлены электромагнитным взаимодействием.

Электромагнитное поле в настоящий момент принято рассматривать как нечто внешнее к пространству-времени. Оно описывается четырьмя компонентами векторного потенциала A_α, определяющими тензор напряженности электромагнитного поля

$$F_{\alpha\beta} = \frac{\partial A_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial x^\beta}. \tag{1.6}$$

Очевидно, что $F_{\alpha\beta} = -F_{\beta\alpha}$ и в общем случае $F_{\alpha\beta}$ имеет шесть различных компонент, три из которых F_{0i} образуют 3-мерный вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$, а три оставшиеся F_{ik} соответствуют вектору напряженности магнитного поля $\vec{H}$. Здесь и в дальнейшем латинские индексы пробегают три значения: 1, 2, 3. Используемый в теории относительности тензорный язык позволяет существенно упростить запись всех уравнений и вычислений.

Как известно, поведение электромагнитного поля описывается с помощью двух пар (в векторных обозначениях) уравнений Максвелла; в 3-мерной (векторной) форме их можно найти в любом вузовском учебнике. Здесь лишь укажем, что представление $F_{\alpha\beta}$ через векторный потенциал обращает половину из них в тождества, тогда как оставшаяся половина, куда входят источники поля (заряды и токи), в тензорных обозначениях записывается чрезвычайно просто (в декартовых координатах):

$$\frac{\partial F^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}} = -\frac{4\pi}{c} j^{\alpha}, \tag{1.7}$$

где j^{α} — плотность вектора 4-мерного тока. В свое время Г. Герц по поводу открытия уравнений Максвелла воскликнул: «Мы открыли текст, написанный рукой Бога!»

В дальнейшем нам понадобятся уравнения движения заряженных частиц в электромагнитном поле. Они имеют вид

$$\frac{d^2 x^{\alpha}}{dx^2} = \frac{q}{mc^2} F^{\alpha}_{\cdot\beta} \frac{dx^{\beta}}{ds}, \tag{1.8}$$

где q — заряд, m — масса частицы, dx^{β}/ds — 4-скорость, а d^2x^{α}/ds^2 — 4-мерное ускорение частицы. В этом уравнении справа содержится и кулоновская сила, и сила Лоренца, поскольку, как уже отмечалось, по β проводится суммирование, а $F_{\alpha\beta}$ содержит и электрическое, и магнитное поля.

Из других необходимых сведений укажем, что векторный потенциал A_{α} в (1.6) определен неоднозначно, с точностью до так называемого *калибровочного преобразования*

$$A'_{\alpha} = A_{\alpha} + \frac{\partial f}{\partial x^{\alpha}}, \tag{1.9}$$

где f — произвольная функция от четырех координат. В этом легко убедиться, подставив (1.9) в (1.6). Эта неоднозначность не приводит к недоразумениям, так как сам векторный потенциал не является наблюдаемой величиной. В опытах измеряется лишь напряженность.

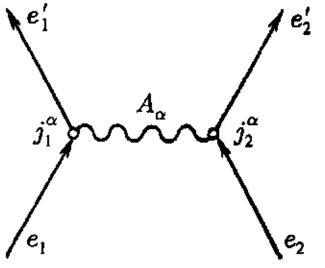


Рис. 1.3. Фейнмановская диаграмма, изображающая электромагнитное взаимодействие двух заряженных частиц e_1 и e_2. Промежуточный фотон A_α обозначен волнистой линией

Как известно, в электродинамике взаимодействие электромагнитного поля с заряженными частицами (их токами j^α) описывается выражением $A_\alpha j^\alpha$, поэтому взаимодействие двух заряженных частиц через промежуточное электромагнитное поле принято иллюстрировать с помощью фейнмановской диаграммы, изображенной на рис. 1.3. На ней сплошные линии соответствуют токам заряженных частиц (пусть это будут электроны), а волнистая линия — электромагнитному полю — переносчику взаимодействия. Каждой вершине (где сходятся три линии) соответствует свой коэффициент, пропорциональный электрическому заряду частиц e. Безразмерная величина, квадратичная по e,

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \tag{1.10}$$

характеризует электромагнитное взаимодействие. Она называется *постоянной тонкой структуры.*

Слабое взаимодействие на несколько порядков слабее электромагнитного и сильного взаимодействий, но значительно сильнее гравитационного. Оно имеет универсальный характер, поскольку слабым образом взаимодействуют все частицы, за исключением фотона (и гипотетического гравитона). Первый процесс, обусловленный слабым взаимодействием, — радиоактивный β-распад — был обнаружен А. А. Беккерелем в 1896 году. Однако факт наличия особого вида слабого взаимодействия был осознан значительно позднее. Это случилось в первой половине 1930-х годов, когда Э. Ферми создал первую теорию слабых взаимодействий. В ней описывался процесс распада нейтрона на протон, электрон и электронное антинейтрино: $n \to p^+ + e^- + \widetilde{\nu}_e$. В отличие от гравитационного и электромагнитного, слабое взаимодействие на значительных расстояниях не проявляется. Согласно модели Ферми, слабое взаимодействие представлялось четырехфермионным (все четыре частицы имеют спин 1/2) и происходящим в одной точке (контактное взаимодействие — см. рис. 1.4).

Экспериментально найденную константу четырехфермионного взаимодействия (константу Ферми) можно записать в виде

$$G_F = 1{,}436 \cdot 10^{-49}\text{эрг} \cdot \text{см}^{-3} = 10^{-5} MC^2 \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2 = 10^{-5}\frac{\hbar}{M^2c},$$

где использованы характерные величины: энергия покоя нуклона Mc^2 и комптоновская длина волны нуклона $(\hbar/Mc)$. Вероятность распада частиц при слабом взаимодействии пропорциональна $G_F^2(\Delta E)^5$, где ΔE — выделяемая энергия. Поскольку G_F мало по сравнению с константой сильных взаимодействий и имеется большой разброс в ΔE, то время жизни распадающихся слабым образом частиц оказывается довольно значительным и колеблется от минут (время жизни нейтрона порядка 1000 с) до 10^{-10} с (время жизни гиперонов). В целом при энергиях порядка 100 МэВ реакции, вызываемые слабым взаимодействием, имеют сечения, на 13–14 порядков меньше соответствующих сечений сильных взаимодействий, и соответственно на столько же порядков больше время жизни частиц, т. е. $\sim 10^{-10}$ с по сравнению со временем распада частиц в сильных взаимодействиях $\sim 10^{-23}$–10^{-24} с. Время жизни частиц является характерным признаком слабого взаимодействия.

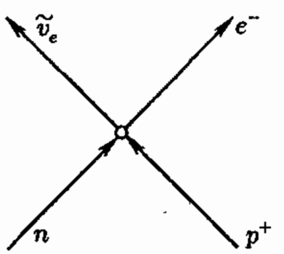


Рис. 1.4. Согласно модели Э. Ферми, слабые взаимодействия изображались диаграммами, на которых 4 фермиона взаимодействуют в одной точке (контактно)

Слабое взаимодействие играет ключевую роль в процессах энерговыделения Солнца, так как благодаря ему происходит реакция образования ядра дейтерия (d) из двух протонов ($p + p \to d + e^+ + \nu_e$). При этом один из протонов превращается в нейтрон с испусканием позитрона (e^+) и электронного нейтрино (ν_e). Если бы можно было «выключить» слабое взаимодействие, то погасли бы как наше Солнце, так и другие звезды.

Следующий важный шаг в развитии теории слабого взаимодействия был сделан в 1957–1958 гг. независимо Р. Фейнманом и М. Гелл-Манном, с одной стороны, и Р. Маршаком и Э. Судершаном, — с другой. Согласно созданной универсальной теории слабого взаимодействия, оно описывается произведением двух токов (т. е. выражением вида $(G_F/\sqrt{2})\bar{j}_\alpha j^\alpha$), каждый из которых является комбинацией векторной (V) и псевдовекторной (A) частей

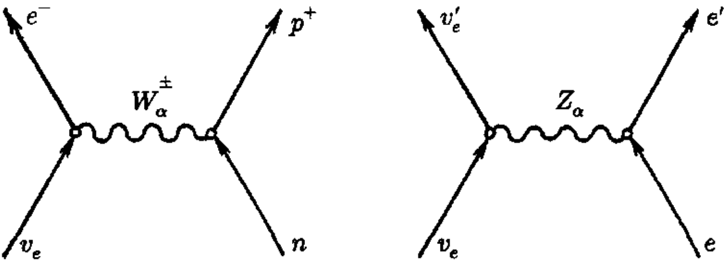


Рис. 1.5. В модели Вайнберга—Салама—Глэшоу слабые взаимодействия осуществляются посредством промежуточных заряженных $(W^{\pm}_{\alpha})$ и нейтральных (Z_α) векторных бозонов

($V-A$-взаимодействие). Этим работам предшествовало открытие нарушений зеркальной и других дискретных симметрий в слабом взаимодействии.

Взаимодействие частиц через токи навело на мысль об аналогии с электромагнитным взаимодействием, где между токами имеется поле — переносчик взаимодействия. Это было настолько важно, что привело к отказу от представлений о контактном характере взаимодействия. Встал вопрос о частицах — переносчиках слабого взаимодействия. Легко понять, что взаимодействие между токами должно переноситься векторными частицами (см. рис. 1.5). Эти частицы должны быть массивными, иначе бы слабое взаимодействие проявлялось на больших расстояниях, тогда как из эксперимента следовало, что слабое взаимодействие обладает очень малым радиусом действия: $\sim 10^{-15}$ см. Поскольку радиус может быть оценен комптоновской длиной волны промежуточных частиц $(\hbar/Mc)$, то их масса была оценена величиной $Mc^2 \simeq 100$ ГэВ. Такие частицы (заряженные $W^{\pm}$-бозоны и нейтральный Z-бозон) были предсказаны А. Саламом, Ш. Глэшоу и С. Вайнбергом в 1967–1968 гг. и только в 1980-х годах были экспериментально открыты.

Сильное взаимодействие ответственно за прочную связь нуклонов (протонов и нейтронов) в ядрах элементов (средняя энергия связи на один нуклон имеет порядок 8 МэВ). При столкновениях частиц высоких энергий сильное взаимодействие приводит к различным превращениям элементарных частиц — адронов (барионов и мезонов) — к ядерным реакциям. В частности, за счет сильного взаимодействия выделяется большая часть тепла внутри Солнца, когда образованные слабым взаимодействием ядра дейтерия вместе

Рис. 1.6. Ш. Глэшоу (р. 1932) (слева) и С. Вайнберг (р. 1933)

с протонами образуют ядра гелия. Сильное взаимодействие является короткодействующим с радиусом порядка 10^{-13} см, и распады частиц, обусловленные сильным взаимодействием, характеризуются очень малым временем $\sim 10^{-23}$–10^{-24} с.

Из основных вех в развитии теории сильного взаимодействия следует назвать (кроме открытия радиоактивности Беккерелем) открытие атомного ядра Э. Резерфордом в 1911 году, установление в 1932 году протонно-нейтронного строения ядра (Д. Д. Иваненко и В. Гейзенберг). Важную роль в развитии представлений о сильном взаимодействии сыграла идея Х. Юкавы (1935 г.) о том, что переносчиком ядерных сил является некоторая промежуточная скалярная (бесспиновая) частица с ненулевой массой покоя M. Юкавский потенциал $e^{-Mcr/\hbar}/r$ быстро убывает с расстоянием r между взаимодействующими частицами. Радиус действия сил определяется комптоновской длиной волны частицы $r_0 \simeq \hbar/Mc$. После открытия в самом конце 1940-х годов π-мезонов (триплета из одного нейтрального и двух заряженных частиц с массами $\sim$ 135–140 Мэв) стали полагать, что юкавскими промежуточными частицами являются π-мезоны.

Однако с течением времени точка зрения изменилась. В 1964 году *в процессе анализа данных об адронах (сильно взаимодействующих частицах)* независимо М. Гелл-Манном и Г. Цвейгом была

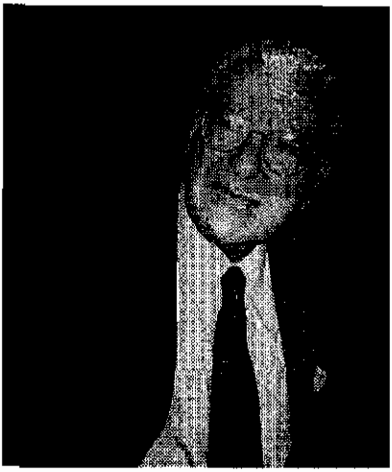


Рис. 1.7. М. Гелл-Манн (р. 1929). Фото автора

высказана гипотеза о кварковой[5] структуре адронов. Постепенно представления о кварках завоевывали признание. В настоящее время заложены основы теории сильного взаимодействия, называемой хромодинамикой. Согласно этой теории кварки могут быть трех зарядов — «цветов» (отсюда и название — хромодинамика), взаимодействия между которыми осуществляются восемью промежуточными векторными бозонами — глюонами.

Следует еще раз подчеркнуть, что в XX веке переносчики электромагнитных, слабых (промежуточные векторные бозоны) и сильных (глюоны) взаимодействий подавляющим большинством физиков рассматривались как внешние (негеометрические) поля, вкладываемые извне в 4-мерное пространство-время.

1.4. Классический путь геометризации физики

Переходя от плоского пространства-времени к неевклидовым геометриям, можно выйти из рамок традиционной схемы Евклида—Демокрита и описать физические взаимодействия не внешними к геометрии, а внутренними геометрическими образами. Как известно, с созданием общей теории относительности впервые было

[5] Термин «кварк» позаимствован из романа ирландского писателя Дж. Джеймса «Поминки по Финнегану» и означает нечто неопределенное, мистическое.

геометризовано гравитационное поле. Считается, что лишь затем была поставлена задача геометризации электромагнетизма и других взаимодействий. Однако создание общей теории относительности явилось лишь самым заметным звеном в цепи великих идей и глубоких размышлений о природе классического пространства-времени. При этом уже предшественники Эйнштейна высказывали принципиальные соображения о соотношении физики и геометрии, которые оказались конкретно воплощенными в общей теории относительности. Поскольку излагаемое в этой книге является дальнейшим продолжением развития всей цепи классических идей по геометризации физики, то здесь уместно напомнить основные звенья. Более подробное изложение можно найти, например, в книгах «Пространство, время, гравитация» [8] или «Метафизика» [2], можно также обратиться к первоисточникам, собранным в юбилейном сборнике [9], посвященном 100-летию А. Эйнштейна.

Первым звеном в цепи идей по геометризации физики следует считать многочисленные попытки на протяжении многих веков доказать пятый постулат Евклида о параллельных линиях. Казалось, что это никак не связано с физикой и всецело относится к внутренним проблемам евклидовой геометрии. Но, как теперь нам хорошо известно, нельзя отрывать геометрию от физики. Все геометрические понятия возникли как абстракции (идеализации) некоторых свойств физических объектов; геометрические закономерности являются всего лишь отражением отношений тел и физических объектов, не более. Теперь нам ясно, что классические пространственно-временные отношения справедливы лишь в масштабах нашей обыденной жизни. При выходе за пределы этих масштабов геометрия Евклида, строго говоря, уже не справедлива.

Второе звено — это создание первой неевклидовой геометрии, которое было сделано в 20-е годы XIX века тремя математиками независимо друг от друга: русским И. Лобачевским, немцем К. Гауссом и венгром Я. Бояи. У всех этих ученых ход рассуждений, приведший к новой геометрии, был основан па попытке доказать пятый постулат Евклида методом от противного. В итоге их построений получилась непротиворечивая новая геометрия, ставшая финальной точкой в многочисленных попытках доказать пятый постулат Евклида. Все это многократно с разных сторон освещалось в литературе. О поистине драматичной ломке устоявшихся геометрических представлений свидетельствует переписка Фаркаша Бояи (отца) с сыном Яноши, где он, в частности, писал: «Я сделал столь удивительное открытие, что от изумления не могу прийти в себя: из ничего я создал новый, ни на что не похожий мир». Действительно, открытие иной, неевклидовой геометрии, ставшее поистине революционным прорывом в науке, коренным образом видоизменило представления о геометрии нашего мира. И как это уже не раз случалось в отечественной науке, открытая Лобачевским воображаемая (так ее называл сам автор) геометрия не получила признания при его жизни. Это случилось значительно позже, в начале XX века, в период крутой ломки всего общественного уклада, казавшегося незыблемым. Не удивительно, что, откликаясь на эти события, В. Хлебников вспоминает создателя новой геометрии:

Это Разина мятеж,
Долетев до неба Невского,
Увлекает и чертеж
И пространство Лобачевского[6].

Нужно также отметить, что Лобачевский (как и Гаусс) не ограничился математическим поиском и предпринял попытки опытным путем выяснить, какая геометрия реализуется в больших областях пространства.

Следующий шаг был сделан Б. Риманом в середине XIX века. При этом заслуга Римана была двоякой. Во-первых, он предложил второй частный случай неевклидовой геометрии[7] — сферическую геометрию (сейчас часто называемую римановой в узком смысле, или геометрией постоянной положительной кривизны). Во-вторых, он открыл широкий класс римановых геометрий, после чего стало ясно, что свойства геометрии могут отличаться от точки к точке. Причем вся информация о пространстве содержится в компонентах метрики $g_{ik}(x)$, определяющих расстояния между двумя близкими точками:

$$dl^2 = g_{ik}\, dx^i\, dx^k, \tag{1.11}$$

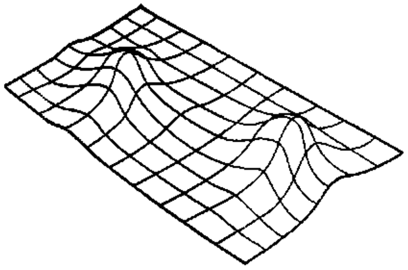
где dx^k — разность координат двух точек.

Для предмета данной книги весьма примечательным явился ход мысли Римана, приведший к созданию 3-мерных римановых геометрий (с непостоянной кривизной). Зная работы К. Гаусса по описанию 2-мерных искривленных поверхностей, он обобщил его метод на случай «3-кратно протяженного» многообразия, т. е. на 3-мерное (и далее на n-мерное) пространство. Видимо, это был

[6] Пути в незнаемое. М.: Сов. писатель, 1986. С. 413.

[7] Первым примером неевклидовых геометрий явилась гиперболическая геометрия Лобачевского.

Рис. 1.8. В. Клиффорд считал, что мы можем зайти настолько далеко, что припишем изменению кривизны даже то, что в действительности происходит в явлении, называемом нами движением материи



первый пример плодотворности увеличения размерности многообразия на единицу. Существенно также, что Риман поставил под сомнение применимость классических геометрических представлений в малом.

Важное место в цепочке основополагающих идей геометризации физики (именно в идеологическом плане) заняли работы английского математика В. Клиффорда, которого с полным основанием можно назвать родоначальником геометризации всех видов материи. Еще до создания общей теории относительности, в 1876 году он написал статью, имеющую характер манифеста (см. в [10]). В ней говорилось: «Изменение кривизны пространства и есть то, что реально происходит в явлении, которое мы называем движением материи, будь она весомая или эфирная. Что в физическом мире не происходит ничего, кроме таких изменений, подчиняющихся (возможно) закону непрерывности» (см. рис. 1.8). А в посмертно вышедшей его книге «Здравый смысл точных наук» (1879) он обсуждал вопрос, можно ли «рассматривать как изменения физического характера те действия, которые на самом деле обязаны своим происхождением изменениям в кривизне нашего пространства» [11]. Более того, там же сделаны предположения, что такими изменениями физического характера могли бы быть теплота, свет, электромагнитное поле. Что это, как не первая гипотеза о геометризации электромагнитного поля!

Затем существенную роль в развитии идей по геометризации физики сыграл австрийский ученый Э. Мах. Если все до сих пор названные исследователи являлись математиками, обращавшимися от своего предмета к физике, то Мах сам был физиком. Его роль также оказалась многоплановой. Во-первых, им был проделан глубокий анализ основ механики Ньютона, позволивший вскрыть и критически осмыслить ее недостатки. Под сильным влиянием идей Маха оказался весь начальный период деятельности Эйнштейна.

Поэтому, работая над созданием общей теории относительности, он был убежден, что реализует идеи Маха. Об этом сохранились многочисленные свидетельства как в статьях Эйнштейна, так и в его письме Маху.

Во-вторых, немаловажным обстоятельством явилось то, что в трудах Маха оказались соединенными как критика механики Ньютона, так и глубокий позитивный анализ геометрических исследований по неевклидовым геометриям, проведенных Лобачевским, Риманом и другими математиками. Еще до создания даже специальной теории относительности в своих работах Мах очень высоко оценил эти достижения и предсказал им большое будущее: «Все развитие, приведшее к перевороту в понимании геометрии, следует признать за здоровое и сильное движение. Подготавливаемое столетиями, значительно усилившееся в наши дни, оно никоим образом не может считаться уже законченным. Напротив, следует ожидать, что движение это принесет еще богатейшие плоды» [12, с. 82].

Следует подчеркнуть, что пока речь шла об искривленном 3-мерном пространстве, и хотя, как мы видели, и Клиффорд, и Мах были близки к решающему шагу — к созданию общей теории относительности, — они в принципе не могли этого сделать. Сейчас это отчетливо видно. Для такого шага не хватало еще одного звена: следовало говорить не об искривленном 3-мерном пространстве, а об искривленном 4-мерном пространстве-времени. Необходимый шаг был сделан в самом начале XX века в трудах X. Лоренца, А. Пуанкаре, А. Эйнштейна, Г. Минковского, увенчавшихся созданием специальной теории относительности. Это был второй пример в истории, когда важное открытие было связано с увеличением размерности многообразия. Так была открыта дорога для открытия общей теории относительности.

Подготовленная развитием физики и трудами великих мыслителей общая теория относительности была создана в период с 1913 по 1916 годы. В результате, как написал об этом физик-теоретик Н. В. Мицкевич,

> Всевышней волею Эйнштейна
> Был искривлен Природы лик.

Но принципиально важным здесь было не столько написание Эйнштейна в окончательной форме уравнений (в конце 1915 г.), а осознание того, что гравитационное поле должно описываться не одним ньютоновым скалярным потенциалом, а десятью компонентами 4-мерного метрического тензора $g_{\alpha\beta}(x)$. Последний входит в определение интервала между двумя близкими точками:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta, \tag{1.12}$$

обобщающее одновременно выражение интервала между двумя точками в пространстве Минковского (1.3) и формулу для квадрата элемента длины (1.11) в определении Римана (на одну размерность больше). Дальнейшие самые необходимые сведения из общей теории относительности приведены в следующем параграфе.

Вслед за успехом геометризации гравитационного поля была поставлена в 1918 году Г. Вейлем задача описать средствами геометрии электромагнитное поле и сделана первая попытка в этом направлении. Эта задача ставилась в рамках 4-мерного пространства-времени. Поскольку в общей теории относительности весь, если так можно выразиться, геометрический строительный материал римановой геометрии был израсходован на описание гравитации, то решение задачи было возможным только за счет выхода за рамки римановой геометрии. Таким образом, Вейлем не только был предложен вариант геометрической объединенной теории гравитации и электромагнетизма, но и по ходу дела открыт первый пример неримановой геометрии. Затем А. Эддингтоном был предложен более широкий класс неримановых геометрий с так называемой «неметричностью».

Вскоре после этого Э. Картан разработал другой класс неримановых геометрий — геометрий с кручением. Затем еще более общие дифференциальные геометрии были найдены Я. Схоутеном. Встал вопрос примерно того же характера, что и после открытия неевклидовых геометрий: проявляются ли где-нибудь в физических явлениях (вспомним Клиффорда) теперь уже неримановы геометрии?

В третьей главе будет подробно рассмотрена идея Т. Калуцы, согласно которой наше пространство-время по-прежнему должно быть римановым, но обладающим еще одной, скрытой (пятой) размерностью. Из-за пятого измерения в теории появляются дополнительные компоненты метрики (новый «строительный материал»), которые было предложено связать с потенциалами электромагнитного поля.

В дальнейшем мы остановимся и на более поздних работах в этом направлении.

Перечисленные подходы — это звенья единой цепи, которая легла в основу программы геометризации физики. Содержание настоящей книги представляет собой изложение развития этой классической линии исследований.

1.5. Общая теория относительности

Общая теория относительности, утвердившая новый взгляд на природу гравитации, приближается к своему вековому юбилею. Это скромный возраст по сравнению с периодом господства ньютоновых представлений и евклидовой геометрии. За истекшее время было затрачено немало усилий на анализ основ общей теории относительности с целью их обобщения или уточнения. В итоге сейчас мы имеем множество так называемых обобщенных, неэйнштейновых, альтернативных и т. п. вариантов теории гравитации и их число продолжает расти. Очевидно, необходимо разобраться в том, что они собой представляют. Если отсеять явно неудовлетворительные попытки, то все множество предлагаемых вариантов можно разбить на два больших класса. В один из них попадают работы, которые при ближайшем рассмотрении оказываются эквивалентными общей теории относительности и представляют собой ее переформулировку с какой-то особой позиции. К таковым относятся тетрадные, гамма-матричные теории гравитации, калибровочные формулировки, часть двуметрических теорий, обобщенные линеаризованные теории и т. д. В этой связи представляется уместным вспомнить замечание Р. Фейнмана из его Нобелевской лекции: «Мне всегда казалось странным, что самые фундаментальные законы физики после того, как они открыты, все-таки допускают такое невероятное многообразие формулировок, по первому впечатлению неэквивалентных, и все же таких, что после определенных математических манипуляций между ними всегда удается найти взаимосвязь... Я не знаю, в чем тому причина. Мне думается, что здесь каким-то образом отражается простота природы» [13, с. 208].

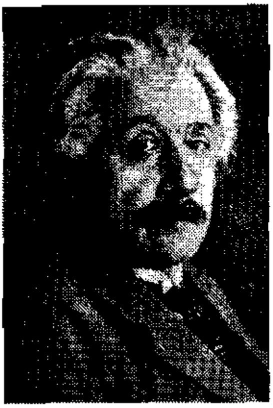


Рис. 1.9. А. Эйнштейн (1879–1955)

Другой класс, более общих, нежели эйнштейновская ОТО, во-первых, объединяет теории, основанные на неримановых геометриях Вейля, Эддингтона, Эйнштейна—Картана (теории с кручением), финслеровы и некоторые другие. Во-вторых, в него входят такие специфические варианты, как скалярно-тензорные теории гравитации (теории типа Йордана—Бранса—Дикке), теории с так называемыми квадратичными лагранжианами и др. В-третьих, сюда же относятся многомерные (с размерностью пространства-времени $n > 4$) теории, которые рассматриваются в этой книге. Наверняка, здесь перечислено далеко не все, но и отмеченные направления поиска обнаруживают удивительную закономерность: все сколько-нибудь серьезные теории пересекаются друг с другом и имеют одинаковое общее ядро, которое соответствует именно общей теории относительности. Конечно, при этом в теориях содержится еще нечто дополнительное, но в какой степени оно соответствует реальности, часто остается неясным и подлежит выяснению. В этой книге раскрывается перспективность именно многомерных теорий, в основе которых лежит эйнштейновская общая теория относительности.

Неразумно и даже вредно объявлять те или иные обобщения теории «ошибочными», «тупиковыми» или «неперспективными». *Ко всем предложениям следует относиться с должным вниманием*: содержащиеся в них идеи могут оказаться важными для описания каких-то сторон реальности. Но выяснится это только в результате дальнейших исследований, поэтому представляется целесообразным рассматривать их как своего рода золотой запас фундаментальных физических идей.

Остановимся подробнее на наиболее существенных для дальнейшего изложения аспектах общей теории относительности. Как уже отмечалось, в основе теории лежит идея о различии геометрических свойств 4-мерного пространства-времени в разных точках, что отражается зависимостью компонент метрического тензора $g_{\alpha\beta}(x)$ от координат. Сами же координаты, т. е. «сетка из чисел», наброшенная на мир, могут быть произвольными. Все ключевые уравнения физики не должны изменяться при переходе к иной нумерации, т. е. при координатных преобразованиях:

$$x'^{\alpha} = x'^{\alpha}(x^0, x^1, x^2, x^3), \tag{1.13}$$

где штрихом обозначена новая четверка чисел. Эти преобразования обобщают как преобразования Галилея, так и преобразования Лоренца. С этим отчасти и связано название теории — «общая теория относительности». Конечно, при таких преобразованиях будут изменяться компоненты тензорных величин, в частности $g_{\alpha\beta} \to g'_{\alpha\beta}$. Как мы увидим в дальнейшем, эти преобразования сродни калибровочным преобразованиям электромагнитного векторного потенциала (1.9). Наблюдаемые величины от этого не должны меняться.

Все частицы в искривленном пространстве-времени, согласно общей теории относительности, движутся по экстремальным линиям — геодезическим. В плоском пространстве-времени такими линиями являются прямые. Напомним, что в обычной теории поля на фоне плоского пространства-времени уравнения движения также находятся из условия экстремальности действия (т. е. из принципа наименьшего действия). Так, для заряда в электромагнитном поле получаются уже записанные уравнения (1.8). В римановой геометрии уравнение геодезической линии давно хорошо известно. Оно имеет вид

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} = -\Gamma^\alpha_{\beta\nu}\frac{dx^\beta}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}, \tag{1.14}$$

где $\Gamma^\alpha_{\beta\nu}$ — так называемые символы Кристоффеля:

$$\Gamma^\alpha_{\beta\nu} = \frac{g^{\alpha\sigma}}{2}\left(\frac{\partial g_{\sigma\beta}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\sigma}\right), \tag{1.15}$$

которые в некотором смысле выполняют роль напряженности гравитационного поля (аналог $F_{\alpha\beta}$ в (1–8)) и аналогично случаю электромагнетизма строятся из первых производных от «гравитационных потенциалов» — компонент метрики $g_{\alpha\beta}$. Если частица заряжена и есть электромагнитное поле, то в (1.14) справа нужно еще добавить правую часть из (1.8). Бросается в глаза имеющееся сходство (1.8) и (1.14). В обоих слева стоит ускорение, причем отношения «силы» к массе справа зависят от 4-скорости частицы. А существенное отличие проявляется в отсутствии в (1.14) массы. В этом заключается важное свойство гравитационного поля, позволившее его геометризовать, — независимость закона движения частиц от значений их масс. Другими словами, ускорение определяется лишь свойствами пространства-времени, где оказались частицы. Данная закономерность стала основой широко известного *принципа эквивалентности*, послужившего «повивальной бабкой» при рождении общей теории относительности.

Искривление 4-мерного пространства-времени определяется уравнениями Эйнштейна

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R = \varkappa T_{\alpha\beta}. \tag{1.16}$$

Левая часть этих уравнений описывает геометрию. Здесь $R_{\alpha\beta}$ и R — так называемые кривизны (тензор Риччи и скалярная кривизна), важные (тензорные) понятия геометрии. Они строятся в виде довольно громоздких комбинаций из первых и вторых производных от метрического тензора. Укажем вид тензора $R_{\alpha\beta}$ через символы

Кристоффеля, определенные в (1.15):

$$R_{\alpha\beta} = \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\alpha\beta}}{\partial x^{\lambda}} - \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\alpha\lambda}}{\partial x^{\beta}} + \Gamma^{\sigma}_{\alpha\beta} + \Gamma^{\lambda}_{\alpha\beta}\Gamma^{\lambda}_{\sigma\lambda} - \Gamma^{\sigma}_{\alpha\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\sigma\beta}. \qquad (1.17)$$

В правой части (1.16) стоит $T_{\alpha\beta}$ — тензор энергии-импульса материи, находящейся в искривленном пространстве-времени (в случае пылевидной материи это произведение плотности материи на квадратичное выражение из компонент 4-скорости). В $T_{\alpha\beta}$ входит вклад от электромагнитного поля, вещества и других видов материи. Уравнения Эйнштейна выражают то принципиальное обстоятельство, что искривленность пространства-времени (левая, геометрическая часть) определяется физическими характеристиками помещенной в него материи (правая, физическая часть) (см. рис. 1.10). Коэффициентом при сопоставлении столь различных величин служит эйнштейновская гравитационная постоянная $\varkappa = 8\pi G/c^4$, где G — известная из школьной программы ньютоновская гравитационная постоянная, c — скорость света.

Особую роль в общей теории относительности и в ее многомерных обобщениях играет скалярная кривизна R. Именно из R вариационным методом можно получить левую часть уравнений Эйнштейна. Заметим, что записанные здесь формулы (1.14) — (1.17) справедливы и для пространственно-временных многообразий большей размерности, т. е. для 5-, 6- и т. д. -мерных теорий, а из скалярной кривизны R получаются сведения о гравитационном и других геометризуемых полях, о взаимодействии между ними.

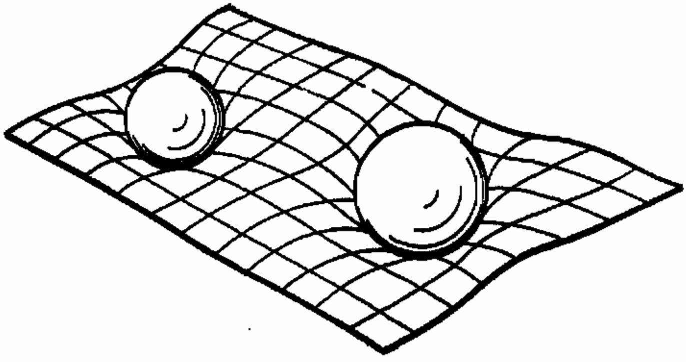


Рис. 1.10. В теории Эйнштейна материальные объекты искривляют 4-мерное пространство-время. Гравитационное взаимодействие описывается искривленностью пространства-времени

1.6. Выделенность времени в общей теории относительности

Все основные уравнения и соотношения теории относительности, как специальной, так и общей, формулируются симметрично относительно всех четырех координат. Открытие 4-мерной симметрии пространства и времени явилось одним из важнейших достижений теории относительности. Под его влиянием происходило все развитие теоретической физики с начала двадцатого века.

Однако полной симметрии не существует. Об этом свидетельствует практика. Все измерения в конце концов заставляют нас говорить отдельно о пространстве и времени. Такая асимметрия также пронизывает всю структуру теории относительности, составляет другую сторону диалектического единства 4-мерия. Прежде всего это выражается в сигнатуре. Как уже отмечалось, сигнатура определяется набором знаков при единицах в канонической форме метрического тензора (1.4). Физическое пространство-время, описываемое теорией относительности, имеет сигнатуру $(+---)$. Заметим, что в классической физике ничего не изменится, если выбрать сигнатуру $(-+++)$.

Согласно специальной теории относительности, для каждого наблюдателя интервалы времени и длины определяются в соответствии с его состоянием движения. Наблюдателем описываются события, согласно его собственной системе отсчета. В ней время и пространство четко разделены, или, говоря математическим языком, они ортогональны друг другу. В общем случае произвольного движения наблюдателя описание такого разделения на пространство и время далеко не тривиальная задача. Но она представляется чрезвычайно важной, поскольку в дальнейшем нас будет интересовать не только (точнее, не столько) расщепление на временное и пространственные направления, но и разделение многомерного многообразия на 4-мерное классическое пространство-время и дополнительные (скрытые) размерности. Поэтому постараемся пояснить методику такого разделения на примере 4-мерного пространства-времени.

В специальной теории относительности рассматривается выделенный класс инерциальных систем отсчета. Напомним, что инерциальная система отсчета образуется совокупностью одинаково равномерно и прямолинейно движущихся наблюдателей, заполняющих все пространство. Идеализируя ситуацию, можно считать, что

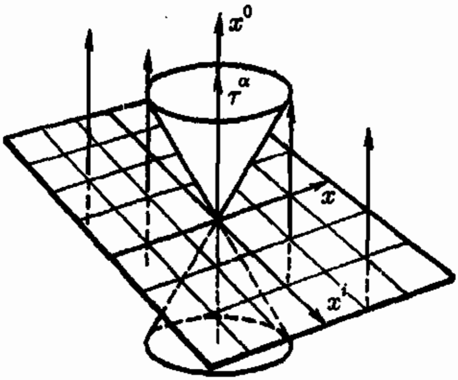


Рис. 1.11. Инерциальная система отсчета в плоском пространстве-времени характеризуется конгруэнцией прямых липни x^0 ($x^i = \text{const}$). 3-мерное пространство (глобальное) ортогонально линиям x^0

в каждой точке пространства находится свой наблюдатель. А в целом, мировые линии наблюдателей (линии их времени) образуют, как говорят, *конгруэнцию* прямых линий. Напомним, что под конгруэнцией понимается такая совокупность линий, когда через каждую точку проходит одна и только одна линия. Для инерциальной системы отсчета в специальной теории относительности эта конгруэнция изображена на рис. 1.11. Пространство (или 3-мерное пространственное сечение данной системы отсчета) изображено на рис. 1.11 в виде плоскости, ортогональной линиям x^0.

В случае общей теории относительности конгруэнция мировых линий наблюдателей представляет собой совокупность кривых линий (см. рис. 1.12). Пространство-время искривлено — в нем в принципе невозможно определить прямые линии, а следовательно, и инерциальные системы отсчета. В этом случае направление времени для каждого наблюдателя определяется вдоль его собственной мировой линии, т. е. характеризуется касательной к мировой линии $\tau^\alpha = dx^\alpha/ds$ где dx^α — смещение координат вдоль линии, ds — его длина. А каково трехмерное пространство для этого наблюдателя? В общей теории относительности (аналогично случаю специальной теории относительности) каждый наблюдатель будет определять пространственные направления ортогонально вектору касательной τ^α, причем он это может сделать лишь локально, в своей окрестности. В других точках уже будут другие наблюдатели, которые определяют свои пространственные направления.

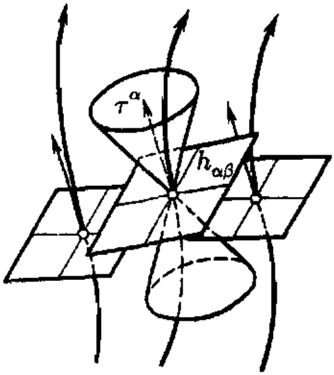


Рис. 1.12. Система отсчета в искривленном пространстве-времени определяется конгруэнцией кривых времени-подобных линий. В общем случае ортогональные им локальные пространственные сечения не «сшиваются» гладко в единое 3-мерное пространство

В итоге оказывается, что вместо единого бесконечного пространства специальной теории относительности в общей теории относительности будут выступать локальные пространственные сечения, образующие единое целое наподобие рыбьих чешуек. При этом еще не очевидно, что из этих чешуек можно гладко сшить глобальное пространство. В общем случае правомерно говорить лишь о локальном $(1+3)$-расщеплении 4-мерного многообразия.

В современной общей теории относительности это расщепление обросло довольно серьезной математикой и сейчас называется *монадным методом* описания систем отсчета. Примечательным является тот факт, что метод $(1+n)$-расщепления впервые стал развиваться еще в 1930-х годах в рамках исследований по 5-мерной единой теории гравитации и электромагнетизма (метод $(1+4)$-расщепления). Затем он был частично переоткрыт, частично усовершенствован в рамках 4-мерной общей теории относительности. В дальнейшем мы будем его часто вспоминать в связи с многомерными теориями.

Постараемся охарактеризовать ключевые моменты монадного метода. Если задана конгруэнция линий системы отсчета, то в каждой точке имеем кроме 4-мерного метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ еще 4-вектор монады τ^α. Из них можно образовать новую величину — тензор $h_{\alpha\beta}$:

$$g_{\alpha\beta} = \tau_\alpha \tau_\beta - h_{\alpha\beta}, \tag{1.18}$$

имеющий смысл метрического тензора локального 3-мерного пространственного сечения, ортогонального линиям τ^α. С помощью величин τ_α и $h_{\alpha\beta}$ можно уже получить много нового. Например, из любого вектора B_α можно образовать скаляр $B = B_\alpha \tau^\alpha$, который представляет собой наблюдаемую времени-подобную компоненту вектора B_α. Очевидно, что B не зависит от выбора координатной системы. С помощью $h_{\alpha\beta}$ из B_α выделяется пространственно-подобная часть. Так, квадрат интервала ds^2 легко разбивается на привычные две части:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta = d\tau^2 - dl^2, \tag{1.19}$$

где $d\tau = dx^\alpha \tau_\alpha$ — промежуток времени, а $dl^2 = h_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta$ — квадрат длины пространственного смещения в рассматриваемой системе отсчета.

Подчеркнем, что в монадном подходе оказались резко разделенными понятия координатных систем и систем отсчета. Последняя определяется лишь конгруэнцией линий и в общем случае не зависит от выбора координатной системы. Все величины, трактуемые монадным методом как наблюдаемые, являются скалярами и никоим образом не изменяются при переходе от одной координатной системы к другой [14]. Здесь представляется уместным привести строки из шутливого стихотворения физика-теоретика А. П. Ефремова:

И люди страшно удивились,
Когда вдруг четко проявились
Размежевания систем
Координатных и отсчета,
Когда монады круг почета,
Хоть был и против где-то кто-то,
Прошествовали в пользу всем.

Заметим, что заслуга развития монадного метода принадлежит в основном отечественным физикам.

При решении любых задач в общей теории относительности приходится использовать какую-то координатную систему. Наиболее удобным является вариант, когда линии координаты x^0 (точнее, $x^i = \text{const}$) совпадают с линиями τ системы отсчета[8]. Тогда вектор τ^α будет иметь отличной от нуля только одну компоненту τ^0, а 3-мерный метрический тензор приобретает вид

$$h_{ik} = g_{ik} - \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}. \tag{1.20}$$

[8] Такой вид монадного метода был развит А. Л. Зельмановым и носит название метода хронометрических инвариантов.

Поскольку координатные системы оказались привязанными к системе отсчета, то теперь из всех преобразований координат общей теории относительности (1.12) выделяются преобразования

$$x'^0 = x'^0(x^0, x^1, x^2, x^3); \quad x'^i = x'^i(x^1, x^2, x^3), \tag{1.21}$$

которые не выводят за пределы одной и той же системы отсчета в том смысле, что при этих преобразованиях координатные линии x^0 по-прежнему совпадают с линиями τ.

Из геометрии хорошо известно, что характер конгруэнции линий легко найти из выражений касательных к ним (здесь τ_α). Под характером конгруэнции понимается то, как себя ведут ее линии: расширяются — сужаются, закручиваются и т. д. Оказывается, закручивание линий определяется антисимметричным тензором

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \tau_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \tau_i}{\partial x^k} + \tau_i a_k - \tau_k a_i\right), \tag{1.22}$$

где $a_i = \tau^0(\tau_{i,0} - \tau_{0,i})$. Этот тензор ω_{ik} имеет четкий физический смысл — определяет угловую скорость вращения системы отсчета. Аналогичные антисимметричные тензоры будут встречаться и в дальнейшем при расщеплениях многомерных пространств. Забегая вперед, укажем, что в 5-мерии он будет соответствовать тензору напряженности $F_{\alpha\beta}$ электромагнитного поля (сравните формулы (1.6) и (1.22)), а в многообразиях больших размерностей — напряженностям других полей.

Особо следует подчеркнуть то обстоятельство, что тензор ω_{ik} определяет, сшиваются ли локальные пространственные сечения системы отсчета в разных точках в единое гладкое 3-мерное пространственное сечение или нет. Если $\omega_{ik} \neq 0$, то гладкой сшивки нет: 3-мерное пространство неголономно. С этим связано многое и, в частности, невозможность синхронизации часов во вращающихся системах отсчета. Грубо говоря, $\omega_{ik} \neq 0$, если имеются «смешанные» компоненты метрического тензора g_{0i} (см. формулы (1.20) и (1.22)). Именно ими описываются силы Кориолиса в механике (даже в плоском пространстве-времени в неинерциальных системах отсчета), ими же обусловлен своеобразный составной вид 3-мерного метрического тензора h_{ik} в (1.20).

Более того, как показывает строгий анализ, определенным физическим смыслом обладает не обычная частная производная по пространственным координатам, а более сложное выражение

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \to \frac{\partial}{\partial x^i} - \frac{g_{0i}}{g_{00}}\frac{\partial}{\partial x^0} \tag{1.23}$$

— так называемая *хронометрически инвариантная пространственная производная*. Далее мы столкнемся с многомерными аналогами такой производной.

Завершая этот параграф, отметим следующее. Если в предыдущих разделах речь шла об увеличении размерности на единицу, то здесь основное внимание было сосредоточено на обратной процедуре — на $(1+3)$-расщеплении 4-мерного многообразия и переходе к 3-мерным выражениям. Данная процедура имеет ключевой характер для будущего рассмотрения перевода многомерных соотношений и величин на язык привычного 4-мерного мира.

Глава 2

Физические особенности пространства-времени четырех измерений

Путь по числам? — Приведет нас в Рим он
(Все пути ума ведут туда!),
То же в новом — Лобачевский, Риман,
Та же в зубы узкая узда!

В. Брюсов

Данная книга посвящена главным образом рассмотрению размерности пространства-времени. Но что же такое размерность? Физики для описания реальности, в том числе и пространственных отношений, пользуются математическими моделями, а понятие размерности в современной математике имеет четкие определения, возникшие далеко не сразу. Выделим два определения размерности: топологическое и реляционное, которые тесно связаны с пониманием сущности физического пространства-времени. Первое — относится к пониманию сущности пространства как самостоятельной категории, тогда как второе — соответствует реляционному взгляду на пространственно-временные отношения.

В топологическую трактовку размерности большой вклад внес французский физик и математик А. Пуанкаре. Так, в 1912 г. он писал: «Из всех теорем analysis situs [1)] наиболее важной является та, которую мы выражаем, говоря, что пространство имеет три измерения. Именно это предложение мы собираемся рассмотреть, поставив вопрос в следующей форме: когда мы говорим, что пространство имеет три измерения, то что мы под этим подразумеваем?» [15, с. 21].

[1)] Под analysis situs А. Пуанкаре понимал ветвь математики, превратившуюся ныне в раздел математики — топологию.

Реляционное определение размерности соответствует реляционному взгляду на пространство-время, но может использоваться и независимо от него.

2.1. Топологическое определение размерности

Что мы подразумеваем, говоря о размерности? Обычно полагается, что размерность пространства или многообразия — это наименьшее целое число вещественных параметров, необходимых для описания его точек. В подавляющем большинстве прикладных задач и вообще в физике такого определения достаточно. Обычно еще руководствуются интуитивными представлениями, что плоскость (пространство двух измерений) богаче точками, чем прямая (одномерное пространство), а пространство трех измерений богаче двумерной поверхности и т. д. Однако в конце прошлого века были сделаны два математических открытия, заставившие усомниться в корректности такого определения размерности. Первое открытие принадлежит Г. Кантору. Он показал, что можно установить взаимно однозначное соответствие между точками квадрата и отрезка прямой.

Кратко поясним суть открытия Кантора. Будем понимать под квадратом совокупность точек плоскости с декартовыми координатами, принимающими значения от 0 до 1, а в качестве отрезка прямой выберем точки с координатами от 0 до 1. Очевидно, что каждую координату можно записать в виде, вообще говоря, бесконечной десятичной дроби. Так, любая точка квадрата описывается двумя координатами: $0{,}a_1a_2a_3\ldots$ и $0{,}b_1b_2b_3\ldots$, а точки отрезка — одной координатой $0{,}c_1c_2c_3\ldots$, где a_i, b_i, c_i — означают цифры от 0 до 9. Эти точки можно поставить во взаимно однозначное соответствие, положив

$$(0{,}c_1c_2c_3c_4\ldots = 0{,}a_1b_1a_2b_2\ldots) \leftrightarrow (0{,}a_1a_2a_3\ldots;\ 0{,}b_1b_2b_3\ldots).$$

Второе открытие принадлежало Дж. Пеано, который показал, что существует *линия, покрывающая своими точками весь квадрат*. Таким образом, Кантором и Пеано были доказаны прямая (отображение квадрата на отрезок) и обратная (отображение линии на квадрат) теоремы по взаимно однозначному отображению пространств различной размерности. Это заставило искать математически строгое определение размерности, что в конце концов привело к созданию теории размерности, составляющей важный раздел современной топологии. В ее развитии различают три основных периода.

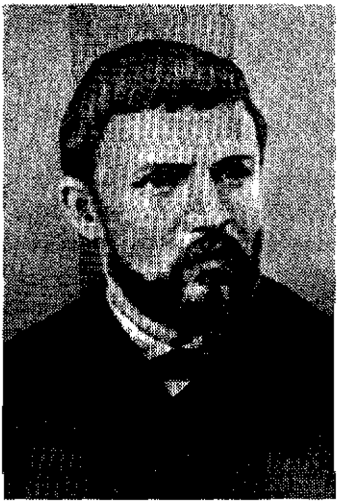


Рис. 2.1. А. Пуанкаре (1854–1912)

Первый период берет начало от работы А. Пуанкаре «Наука и гипотеза» (1902 г.) и включает его более поздние исследования, а также статьи Г. Лебега и Л. Брауэра (1911–1913 гг.). В работах Пуанкаре было заложено самое важное для современного понимания размерности — индуктивное определение последующей размерности через предыдущую. Он писал: «Если для того, чтобы разбить континуум C, достаточны множества, образующие один или несколько континуумов одного измерения, то мы будем говорить, что C — континуум двух измерений; если достаточны множества, которые образуют один или несколько континуумов самое большее двух измерений, мы будем говорить, что C — континуум трех измерений и т. д. (...)

Это и есть как раз идея, высказанная выше; чтобы разбить пространства, необходимы множества, называемые поверхностями; чтобы разбить поверхности, необходимы множества, называемые линиями; чтобы разбить линии, необходимы множества, называемые точками: мы не можем двигаться дальше, и точка не может быть разбита, но точка не является континуумом. Тогда линии, которые могут быть разбиты множествами, не являющимися континуумами, будут континуумами одного измерения; поверхности, которые могут быть разбиты непрерывными множествами одного измерения, будут континуумами двух измерений; и, наконец, пространство, которое может быть разбито непрерывными множествами двух измерений, будет континуумом трех измерений?» [15].

Второй период развития теории размерности объединяет исследования начала 1920-х годов отечественного математика П. С. Урысона и опубликованные немного позже работы австрийского математика К. Менгера. На этом этапе определение размерности по-прежнему носит индуктивный характер, однако уже связано с понятием окрестности точек. Утверждается, что пространство имеет размерность n, если каждая точка этого пространства обладает произвольно малыми окрестностями, границы которых имеют размерность, меньшую n.

Третий период связывается с более поздними работами, в которых была установлена связь теории с другими разделами математики: с комбинаторной топологией и др. Здесь нам не понадобятся тонкости далеко ушедшей вперед топологической теории размерности. Сделаем лишь несколько замечаний и дополнений к изложенному.

В теории размерности постулируется, что пустое множество имеет размерность $n = -1$, а дискретное множество — размерность $n = 0$.

Из изложенного очевидно, что понятие размерности может быть ассоциировано только с непрерывными множествами (континуумом). Всякий раз, когда в физике начинает обсуждаться проблема квантования пространства в смысле перехода к дискретным моделям, понятие размерности в строгом математическом понимании теряет силу. Заметим, что вопрос о происхождении метрических отношений пространства и о возможности обосно́вания их дискретностью уже поднимался в работах Б. Римана в середине прошлого века. Сам Пуанкаре допускал описание физической реальности дискретными моделями, однако при таком понимании проблема размерности должна ставиться в совсем ином плане.

Пространства могут иметь лишь целочисленные значения размерностей: $-1, 0, 1, 2, \ldots$ («путь по числам»). Нет пространств, обладающих промежуточной размерностью между нулем и единицей, так же как нет дробных размерностей: 0,5; 2,5 и т. д. В ряде физических работ последнего времени вводятся пространства дробных размерностей, однако всегда это делается в каком-то специальном смысле и безотносительно к топологическому определению размерности.

2.2. Реляционное определение размерности

1. Реляционное определение размерности годится как для непрерывных, так и для дискретных множеств точек. Чтобы его ввести, напомним сведения из программы средней школы. Всем известно определение площади треугольника через половину произведения его основания на высоту. Но можно определить его площадь с помощью формулы Герона исключительно через расстояния (отношения) между его вершинами. Пусть вершины треугольника обозначены буквами i, j, k, а расстояния между ними (длины сторон) есть l_{ik}, l_{ij}, l_{jk}. Тогда квадрат площади треугольника S^2_{ijk} находится по формуле

$$S^2_{ijk} = \frac{1}{16}(l_{ik}+l_{ij}+l_{kj})(l_{ik}+l_{ij}-l_{kj})(l_{ik}-l_{ij}+l_{kj})(-l_{ik}+l_{ij}+l_{kj}). \quad (2.1)$$

2. Формулу Герона можно переписать с помощью *определителя*[2] *Кэли—Менгера* для трех точек (вершин треугольника),

$$16S_{ikj}^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l_{ik}^2 & l_{ij}^2 \\ 1 & l_{ki}^2 & 0 & l_{kj}^2 \\ 1 & l_{ji}^2 & l_{jk}^2 & 0 \end{vmatrix}. \tag{2.2}$$

Используя определитель Кэли—Менгера, можно дать определение одномерной прямой, проходящей через две выделенные точки, например i и k, как совокупности всех точек j таких, что определитель Кэли—Менгера, составленный из расстояний между точками i, k и j, равен нулю. Это легко понять, поскольку, если площадь треугольника равна нулю, это означает, что его вершины лежат на одной прямой.

3. Через определитель Кэли—Менгера можно записать «обобщенную формулу Герона» — выражение для квадрата 3-мерного объема фигуры (симплекса), построенной на четырех точках-вершинах. Аналогичные формулы справедливы и для объемов большей размерности в многомерных евклидовых (и псевдоевклидовых) пространствах. В частности, квадрат 4-мерного объема фигуры (мыслимого в 4-мерном пространстве), построенной на 5 точках-вершинах i, k, m, n, p, также записывается через определитель Кэли—Менгера. Если этот определитель равен нулю

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l_{ik}^2 & l_{im}^2 & l_{in}^2 & l_{ip}^2 \\ 1 & l_{ki}^2 & 0 & l_{km}^2 & l_{kn}^2 & l_{kp}^2 \\ 1 & l_{mi}^2 & l_{mk}^2 & 0 & l_{mn}^2 & l_{mp}^2 \\ 1 & l_{ni}^2 & l_{nk}^2 & l_{nm}^2 & 0 & l_{np}^2 \\ 1 & l_{pi}^2 & l_{pk}^2 & l_{pm}^2 & l_{pn}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{2.3}$$

[2] Понятие определителя, его свойства и как его раскрывать не входит в программу средней школы. Этот материал содержится в курсах линейной алгебры, читаемых на первом курсе технических вузов.

то, как очевидно, эти точки лежат в 3-мерном пространстве (или в пространстве меньшей размерности). С помощью данного соотношения можно найти все точки p, принадлежащие 3-мерному пространству, определяемому четырьмя точками i, k, m, n.

4. Легко убедиться, что соотношение (2.3) тождественно выполняется, если парные отношение l_{ik}^2 (расстояния) выразить через декартовы координаты

$$l_{ik}^2 = (x_i^1 - x_k^1)^2 + (x_i^2 - x_k^2)^2 + (x_i^3 - x_k^3)^2. \tag{2.4}$$

Более того, через миноры определителя в (2.3) можно выразить привычные декартовы координаты точек (вершин) через расстояния между ними.

Через миноры определители Кэли—Менгера записывается ряд других геометрических выражений, например, углы между двумя лучами, исходящими из одной точки, значения двугранных и телесных углов и т. д. Таким образом, всю евклидову (и псевдоевклидову) геометрию можно переписать через расстояния. Этот факт лежит в основе реляционной переформулировки геометрии.

5. В специальной и общей теориях относительности в качестве отношений вместо расстояний выступают **интервалы** s_{ik} между парами событий i и k. Для 4-мерных пространственно-временных отношений соотношение (2.3) обобщается на случай уже 6 точек-событий. Выберем произвольные точки-события i, k, a, b, c, d, тогда квадраты интервалов между ними удовлетворяют условию

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ik}^2 & s_{ia}^2 & s_{ib}^2 & s_{ic}^2 & s_{id}^2 \\ 1 & s_{ki}^2 & 0 & s_{ka}^2 & s_{kb}^2 & s_{kc}^2 & s_{kd}^2 \\ 1 & s_{ai}^2 & s_{ak}^2 & 0 & s_{ab}^2 & s_{ac}^2 & s_{ad}^2 \\ 1 & s_{bi}^2 & s_{bk}^2 & s_{ba}^2 & 0 & s_{bc}^2 & s_{bd}^2 \\ 1 & s_{ci}^2 & s_{ck}^2 & s_{ca}^2 & s_{cb}^2 & 0 & s_{cd}^2 \\ 1 & s_{di}^2 & s_{dk}^2 & s_{da}^2 & s_{db}^2 & s_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{2.5}$$

означающему, что 5-мерный объем образованного ими симплекса равен нулю[3)].

В главе 7 это соотношение будет названо **законом классических пространственно-временных отношений**. На основе этого закона, т. е. из элементов и миноров определителя Кэли—Менгера на шести точках-событиях, строится вся теория 4-мерных пространственно-временных отношений. В частности, через квадраты интервалов могут быть определены координаты точек-событий. Легко убедиться, что закон (2.5) будет тождественно выполняться, если в него подставить выражения для квадратов интервалов через разности координат пар точек (1.2).

6. Особо подчеркнем, что данные здесь и в предыдущем разделе определения размерности допускают обобщение на сколь угодно большое число n. Таким образом, здесь пока речь шла, во-первых, о том, что подразумевается под утверждением, что пространство имеет три измерения, а во-вторых, о том, что такое размерность. Но каких-либо объяснений причин наблюдаемой размерности классического пространства или пространства-времени пока не давалось.

2.3. Сравнение геометрий различных размерностей

Произведем качественное сравнение пространств различных размерностей, имея в виду главным образом необычные, с нашей точки зрения, явления, которые могли бы происходить, если бы можно было наблюдать более высокие размерности.

Представим себе 2-мерное существо, живущее в 2-мерном мире, которое, находясь вне квадрата, никогда не сможет увидеть все его четыре стороны (см. рис. 2.2). Но это легко может сделать житель 3-мерного мира. Аналогичным образом мы, 3-мерные существа, находясь вне куба, никогда не сможем (без дополнительных зеркал) увидеть все его 6 граней. Легко понять, что 4-мерный житель смог бы это сделать (см. рис. 2.3).

[3)] Это свойство 4-мерного мира использовал в своей книге С. Вайнберг [16, с. 18]. Еще раньше о нем упоминали Дж. Уилер и А. Эйнштейн. На формулах подобного рода основана теория физических структур (на одном множестве элементов) Ю. И. Кулакова [17].

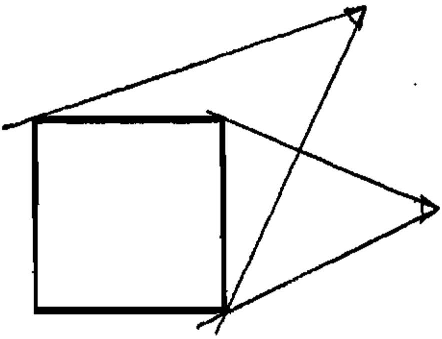


Рис. 2.2. В 2-мерном мире невозможно сразу увидеть все четыре стороны квадрата

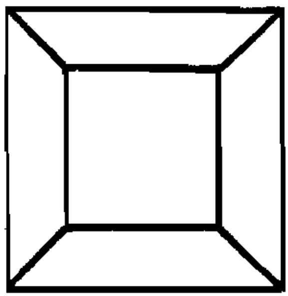


Рис. 2.3. В 3-мерном мире нельзя одновременно видеть все шесть граней непрозрачного куба

Всякий объект, помещенный в 2-мерном мире внутрь замкнутой кривой, не может выйти за ее пределы, не пересекая этой кривой.

Однако этот объект легко перенести за пределы замкнутой кривой с помощью третьего измерения. Точно так же человек, который находится в закрытой комнате, не может ее покинуть в нашем 3-мерном мире. Однако он легко бы покинул комнату, будь дополнительное, четвертое, пространственное измерение.

Любопытно отметить, что этот вопрос в свое время обсуждался русским революционером Н. А. Морозовым (1854–1946). Так, в его письме, написанном в 1891 г. товарищам по заключению в Шлиссельбургской крепости, мы встречаем такие слова: «Весь этот день я думал о нашем сегодняшнем споре по поводу четвертого, пятого и других, недоступных нам измерений пространства Вселенной. Я изо всех сил старался представить в своем воображении, по крайней мере, хоть четвертое измерение мира, то самое, по которому, как утверждают метафизики, все наши замкнутые предметы могут неожиданно оказаться открытыми, и по которому в них могут проникать существа, способные двигаться не только по нашим трем, но и по четвертому, непривычному для нас измерению. Вы требуете от меня научной обработки вопроса...» (цит. по [18, с. 96]).

Легко себе представить в нашем 3-мерном пространстве плоскость и шар, который ее пересекает. Как бы воспринял пересечение плоскости ее 2-мерный житель? Он бы с удивлением обнаружил, что в какой-то точке вдруг ни с того ни с сего возник

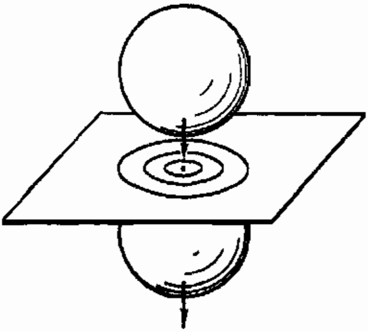


Рис. 2.4. Восприятие 2-мерным жителем прохождения сквозь его мир (плоскость) 3-мерного шара

сначала очень маленький круговой объект. Затем этот объект для него будет увеличиваться до некоторого максимального размера, равного максимальному сечению шара, а затем начнет уменьшаться до точки и исчезнет (рис. 2.4). Совершенно аналогично, будь реальным классическое четвертое измерение пространства (как и остальные три), пересечение нашего мира 4-мерным шаром мы восприняли бы как появление вдруг маленького шара, который бы распухал до какого-то размера, а затем стал сжиматься и исчез.

В связи со сказанным уместно напомнить эпизоды из романа М. А. Булгакова «Мастер и Маргарита», в частности, сцену бала в скромной московской квартире:

«— Нет, — ответила Маргарита, — более всего меня поражает, где все это помещается. — Она повела рукой, подчеркивая этим необъятность зала.

Коровьев сладко ухмыльнулся, отчего тени шевельнулись в складках его носа.

— Самое несложное из всего! — ответил он. — Тем, кто хорошо знаком с пятым измерением, ничего не стоит раздвинуть помещение до желательных пределов. Скажу вам более, уважаемая госпожа, до черт знает каких пределов!»

Любопытные соображения о свойствах миров различной размерности приводились еще Мёбиусом, а затем воспроизводились в статье Э. Маха «Время и пространство» [12]. Пусть в 1-мерном мире (рис. 2.5 *а*) имеется два равных отрезка ac и $c'a'$, разделенные точками b и b' так, что $ab = b'a'$, но $ab \neq bc$. Тогда никакими смещениями отрезка abc вдоль прямой нельзя его совместить с $cb'a'$ так, чтобы штрихованные точки совпали с нештрихованными. Следовательно, в 1-мерном мире для каждой совокупности точек вида a, b, c будет существовать зеркальная ей совокупность a', b', c', не сводимая с ней. Если бы существовало второе измерение, то вращением в плоскости рисунка вокруг точки O эти два отрезка можно было бы совместить.

Аналогично на плоскости (см. рис. 2.5 *б*) для каждого треугольника с неравными сторонами abc будет существовать зеркальный

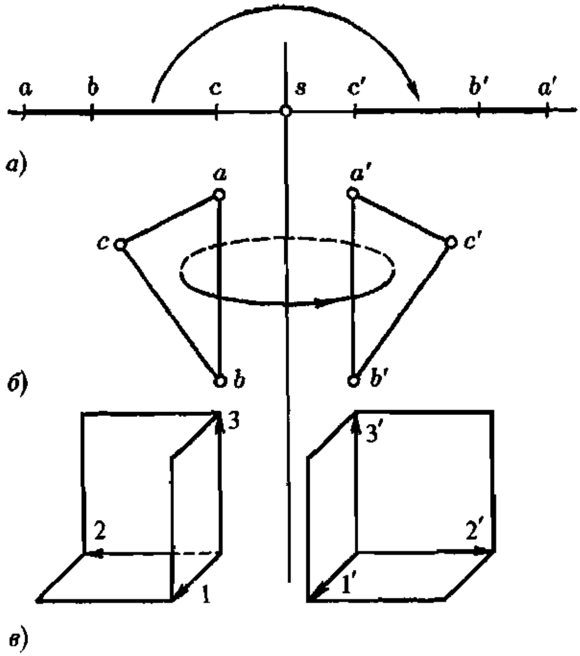


Рис. 2.5. Лево- и правоориентированные фигуры в пространствах одного, двух и трех измерений. Для их совмещении необходимо использовать дополнительные размерности

к нему треугольник $a'b'c'$ с такими же по размеру сторонами, однако никакими движениями в плоскости их невозможно совместить. Если же существует третье измерение, то эти треугольники можно совместить вращением вокруг оси SS'. На этом основании можно полагать, что если бы речь шла о построении мира двух измерений при наличии третьего, то сопряженные треугольники и все физические явления, с ними связанные, должны были быть строго симметричными и равноправными.

В 3-мерном мире аналогом треугольников уже нужно считать трехгранники 1 2 3 и 1′2′3′, с помощью которых строятся две возможные тройки декартовых осей: левая и правая (см. рис. 2.5 *в*). Нам хорошо известно, что никакими вращениями в 3-мерном пространстве эти две тройки совместить невозможно. Они связаны зеркальным отражением. Благодаря этому при изучении аналитической геометрии или векторной алгебры всегда уславливаются, какой тройкой координатных осей пользуются (чаще выбирают правую). Ясно, что при наличии четвертого измерения (пространственного) эти тройки можно было бы совместить поворотом вокруг соответствующей оси.

Но мы не можем выйти за пределы трех измерений. Спрашивается, какие есть основания считать левые и правые комбинации физически равноправными? Этот вопрос обсуждался Махом в названной выше статье. Он отмечал, что дело не ограничивается твердыми телами, он приводил примеры левосторонних и правосторонних физических процессов типа тока и создаваемого им магнитного поля. Кроме того, он писал: «Есть в природе много таких симметричных противоположных процессов, как, например, световые лучи с круговым вращением направо и налево, право- и левовращающий горный хрусталь и т. д. Но имеет ли природа во всех своих частях две симметричные стороны или она в некоторых отношениях все же индивид *односторонний*, противоположные части которого не существуют или по крайней мере неизвестны, вопрос открытый. Существуют признаки в пользу последнего предположения» [12, с. 72]. Добавим к этому, что спустя полвека было открыто, что в слабых взаимодействиях элементарных частиц не выполняется отдельно симметрия при зеркальном отражении (*P*-симметрия).

2.4. Почему пространство-время четырехмерно?

Обсуждая геометрические свойства пространств различных размерностей, мы не приблизимся к ответу на поставленный вопрос. Дело в том, что пока речь шла лишь о возможных (мыслимых) математических моделях мира. Опираясь на некоторую совокупность абстракций, порожденных физической реальностью (лучи света — прямые линии, ровные поверхности — плоскости и т. д.), математики создали множество моделей, позволяющих обобщать наблюдаемые свойства мира в довольно широких пределах. В итоге оказался заготовленным математический аппарат для описания 1-мерного, наблюдаемого 4-мерного мира, мира 10 измерений и какой угодно другой конечной размерности n. Как же остановиться на $n = 4$?

Вот тут-то и следует опять вспомнить про многовековую дискуссию вокруг идеи абсолютного пространства в трудах Аристотеля, Лейбница и Маха. Согласно точке зрения Лейбница и Маха, если нет материи, то и нет пространства. Заметим, что эта методологическая установка, строго говоря, пока в полной мере не отражена в существующей физической теории. Так, в общей теории относительности возможны решения уравнений Эйнштейна без материальных источников, т. е. возможны вакуумные решения (например, пустое пространство Минковского).

В свете сказанного вырисовывается физический подход к проблеме размерности пространства и времени. Согласно этому подходу, классическое пространство соответствует отношениям между макроскопическими объектами (материальными образованиями и явлениями достаточно больших масштабов). Современная физика достигла значительных успехов и изучении свойств материи как в малых масштабах (в микромире), так и в больших (в пределах наблюдаемой части Вселенной). Вскрываются более глубокие и фундаментальные свойства мира. Мы видим, что для их описания приходится вводить понятия, отличные от используемых в классической физике.

В качестве примера можно назвать многие квантовомеханические понятия, связанные с волновыми свойствами материи: квантованные энергетические уровни, спин частиц и т. д. Если говорить о различных ступенях организации мира (разных масштабах), то при переходе с одной ступеньки на другую типичные в своей области понятия и закономерности переходят друг в друга. В связи с этим возникает вопрос: нельзя ли, зная вскрытые свойства микромира, выделить более фундаментальную систему понятий и закономерностей и на их основе построить самосогласованную физическую картину мира? Тогда используемые сейчас классические пространственно-временные отношения с присущими им понятиями (расстояние, метрика, размерность и т. д.) должны будут выводиться из более фундаментальных. В настоящее время все убедительнее звучат аргументы, что рано или поздно это удастся сделать.

А пока такой теории не построено, физики пытаются разглядеть более фундаментальные закономерности сквозь всю совокупность громоздящихся хитросплетений из понятий и соотношений существующей теории. Точнее, физики стремятся угадать их. В первую очередь, это относится к размерности пространства. Что лежит за простой аксиомой математической модели классического пространства $n = 3$? Разум современного физика уже не может мириться с мыслью, что это незыблемая истина в последней инстанции.

Рис. 2.6. А. Эддингтон (1882–1944)

Рис. 2.7. П. Эренфест (1880–1933)

Это нашло отражение во многих исследованиях последнего столетия. Уже у Маха в книге «Познание и заблуждение» (1906 г.) мы находим четко поставленный вопрос: «Почему пространство трехмерно?» [12, с. 83]. В последующие годы немало усилий на решение этого вопроса затратили П. Эренфест, А. Эддингтон, А. Эйнштейн и многие другие. Конструктивным приемом для поиска послужил анализ содержательности физических понятий и законов в пространствах различного числа измерений. Полагалось, что те из них, которые справедливы лишь в 4-мерном пространстве-времени и не допускают обобщения на случай других размерностей, нужно считать наиболее тесно связанными с искомыми более глубокими понятиями и закономерностями, ответственными за макроскопическую (классическую) размерность. Во всяком случае, ожидалось, что такая методика поможет выявить главное и отсеять второстепенное.

К настоящему времени на этом пути накоплен довольно обширный материал. Специально этому вопросу было посвящено несколько книг (см., например, [14, 19, 20]).

Обратимся к своеобразной коллекции уникальных свойств 4-мерного мира, в котором мы живем, по сравнению с мыслимыми мирами иной размерности. Вспоминая слова из «Фауста» И. В. Гёте, посмотрим

> ...кто там в эфире,
> Бывает ли любовь и ненависть у них,
> И есть ли там, в мирах чужих,
> И низ и верх, как в этом мире!

2.5. Наиболее зримые особенности мира четырех измерений

По-видимому, Кантом впервые было замечено, что законы обратных квадратов для гравитационной и электростатической сил связаны с 3-мерностью нашего пространства. Он писал: «Трехмерность происходит, по-видимому, оттого, что субстанции в существующем мире действуют друг на друга таким образом, что сила действия обратно пропорциональна квадрату расстояния». Эта новаторская мысль, видимо, впервые связывала свойства пространства с конкретным физическим законом. Не исключено, что читатель и сам, изучая физику, обращал внимание на, казалось бы, странные совпадения в ряде физических законов. Так, в механике излагается закон всемирного тяготения Ньютона $F_{gr} = Gm_1m_2/r^2$, в электростатике — закон Кулона $F_e = q_1q_2/r^2$, в магнитостатике — $F_M = k_1M_1M_2/r^2$, где M_1 и M_2 — магнитные заряды, в разделе магнитных свойств токов — закон Био—Савара—Лапласа — опять вводится сила, обратно пропорциональная квадрату расстояния. Все это следствие 3-мерности нашего пространства.

Этот результат легко вывести из 3-мерных уравнений Лапласа для потенциалов соответствующих полей. В гипотетической теории, описывающей явления в плоском пространстве иной размерности, естественно также ожидать, что потенциалы φ удовлетворяют многомерному (по числу измерений n) уравнению Лапласа. Его решение и центральную силу находят в виде

$$\varphi = \frac{\alpha}{r^{n-2}} \quad \to \quad F = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} \sim \frac{1}{r^{n-1}}, \tag{2.6}$$

где α — соответствующая постоянная; $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2}$. Заметим, что аналогичное свойство зависимости гипотетических гравитационных «сил» от радиальной координаты $\sim r^{-(n-1)}$ получается и в «общей теории относительности» в многообразии $n + 1$ измерений, когда $n > 3$.

1. С законом убывания потенциалов (2.6) связан ряд наиболее важных особенностей 4-мерного пространства-времени. Нередко в литературе отмечается, что *круговые орбиты пробных тел в ньютоновом гравитационном поле в плоском пространстве-времени* $(n + 1)$*-измерений устойчивы при* $n < 3$ *и неустойчивы при* $n > 4$. В конечном счете это означает невозможность длительного существования планетных систем вокруг звезд в гипотетических пространствах размерности, большей трех. Небольшие воздействия на планеты со стороны внешнего мира, которые всегда имеются, должны были бы приводить к значительным изменениям орбит, т. е. к их падению на звезду или к уходу прочь от нее.

2. Полученный результат остается в силе и для гипотетической «общей теории относительности» в $(n+1)$-измерениях. К таким выводам приводит анализ уравнений геодезических линий, по которым должны были бы двигаться планеты в соответствующей сферически симметричной метрике.

3. Еще более существенные особенности нашего мира можно вывести из квантовой механики в $(n+1)$-мерном пространстве-времени. Только в пространстве-времени четырех измерений (и меньше) возможны устойчивые атомы. В многообразиях большего числа измерений (и в зависимости от более тонких обстоятельств) из решений уравнений типа Шредингера с электростатическим потенциалом (2.6) следует: либо вовсе может не оказаться отрицательных уровней энергии электрона (нет связанных состояний), либо отрицательные уровни энергии простираются до значения, равного минус бесконечности. Последнее означает, что для любого уровня есть еще более низкий. Электроны в таких атомах будут бесконечно «перескакивать» вниз, излучая фотоны, т. е. не будет стабильных состояний вещества.

В таких мирах не могли бы существовать ни планеты, ни тела, ни мы с вами. Впервые на эту особенность обратил внимание П. Эренфест, решая задачу водородоподобного атома на основе теории квантования Бора (еще до открытия уравнения Шредингера). Правда, этот результат тогда удалось доказать только для случая размерности $n > 4$. Впоследствии эта задача анализировалась многими авторами уже на базе современной теории.

4. Следующая замечательная особенность нашего мира состоит в справедливости в нем принципа Гюйгенса. Этот принцип, наверняка, знаком читателю по школьным и вузовским учебникам. Обычно о нем говорится как о формальном правиле, позволяющем, зная положение фронта волны в какой-нибудь момент времени, найти его положение в соседние моменты. Данный принцип необходим при решении многих задач волновой оптики, в том числе, при объяснении законов отражения и преломления света на границе двух сред.

В современной математической физике принцип Гюйгенса формулируется несколько иначе: как свойство решений волновых уравнений, состоящее в том, что описываемые ими сигналы, распространяясь, достигают приемника (наблюдателя) в строго определенный момент времени. При этом сигнал не может наблюдаться уже после прохождения фронта волны через данную точку. Именно благодаря выполнимости принципа Гюйгенса мы по радио принимаем четкие сигналы: речь, музыку. В противном случае за каждым сигналом должен был бы следовать «хвост» угасающего звучания. Так вот, оказывается, принцип Гюйгенса справедлив лишь в пространствах нечетной размерности, т. е. при $n = 3, 5, 7, \ldots$ (для пространственно-временных многообразий четной размерности $n+1 = 4, 6, 8, \ldots$). Что же касается учебников физики, то содержательная сторона принципа обычно подразумевается как очевидная в нашем 3-мерном пространстве, а акцент делается на его технической стороне. Однако принцип Гюйгенса, выделяя все нечетные размерности, *оставляет нерешенным* вопрос: почему именно $n = 3$?

5. Существует более тонкое свойство распространения волновых процессов, которое все-таки выделяет $n = 3$ из всех нечетных размерностей. Оно состоит в том, что только в 3-мерном пространстве сигналы достигают наблюдателя неискаженными, т. е. если по радио текст читал диктор, то мы в любом городе слышим тембр именно его голоса и тем более именно тот текст, который он читает.

К сожалению, здесь мы вынуждены признать, что ни требование устойчивости планетных орбит, ни устойчивость атомов, ни справедливость принципа Гюйгенса непосредственно не могут претендовать на роль более фундаментальной аксиомы.

2.6. Более тонкие физические особенности четырехмерия

Неудавшиеся (но не бесполезные) попытки ответить на один из фундаментальных вопросов о размерности пространства, за которым стоит многовековой поиск ответа, не снимает с повестки дня решения этой проблемы. Если не удалось подойти к разгадке трехмерия пространства с помощью выдвинутых гипотез, следует перейти к анализу более тонких закономерностей. В данном параграфе будут рассмотрены некоторые из них, что, возможно, потребует от читателя определенного уровня квалификации. Поэтому, если материал покажется трудным, его можно опустить.

1. 4-мерное многообразие имеет наинизшую размерность, начиная с которой общая теория относительности содержательна. Под этим понимается следующее. В основе общей теории относительности лежат уравнения Эйнштейна, которые в вакууме (вне тел, вне материальной среды) имеют вид $R_{\alpha\beta} = 0$. В общем случае при их выполнении отличны от нуля компоненты тензора кривизны четвертого ранга (тензора Римана—Кристоффеля $R^{\alpha}_{\cdot\beta\nu\mu}$). Однако можно строго показать, что в 2-мерном и 3-мерном пространстве-времени ($n = 1, 2$) из уравнений Эйнштейна в вакууме строго следует отсутствие искривленности многообразия. Это вытекает из алгебраической связи между $R_{\alpha\beta}$ и $R^{\alpha}_{\cdot\beta\nu\mu}$ при этих размерностях. Следовательно, теория становится тривиальной.

2. Всем хорошо известно произведение Дж. Свифта «Путешествия Гулливера», в котором речь идет о пребывании в стране лилипутов и в стране великанов. Как физически объяснить, почему такое невозможно? Во всех частях мира справедливы одни и те же физические законы, формулируемые в современной теории посредством уравнений Эйнштейна, Дирака, Максвелла и др. Так вот, большая часть этих уравнений оказывается неинвариантной относительно изменения масштаба (для объяснения достаточно было бы неинвариантности одного уравнения). Это значит, что мы не имеем права произвольно изменять в уравнениях все длины в какое-то число раз. Не позволяют это сделать либо нелинейность уравнений, либо входящие в них константы (массы частиц). Исключение составляет уравнение Максвелла в пустоте. Оказывается, таким замечательным свойством уравнения Максвелла обладают лишь в 4-мерном пространстве-времени.

3. Свойство уравнений и величин оставаться неизменными при изменении масштаба называется свойством конформной инвариантности. 4-мерные уравнения Максвелла являются конформно-инвариантными. Таковыми также являются компоненты векторного электромагнитного потенциала A_{α}. Компоненты метрического тензора $g_{\alpha\beta}$ таковыми не являются. В общем случае конформно неинвариантны компоненты тензора кривизны. Однако из них можно построить конформно-инвариантный тензор Вейля. Последний играет важную роль в классификации возможных пространств Эйнштейна и в анализе некоторых свойств метрик пространства-времени. Примечательной особенностью 4-мерия является то, что четыре — наименьшая размерность, в которой тензор Вейля имеет

смысл. В многообразиях меньших размерностей он тождественно обращается в нуль.

4. В современной квантовой теории поля, в частности, в квантовой электродинамике, имеются трудности, связанные с появлением бесконечных выражений при вычислениях некоторых эффектов и величин. Физиками было затрачено немало усилий на их преодоление. В стандартной 4-мерной электродинамике были выделены все элементарные процедуры, приводящие к бесконечностям.

Их оказалось всего несколько, что побудило так переформулировать теорию, чтобы в нее входило такое же число дополнительных констант, также бесконечных и сокращающихся с элементарными расходящимися выражениями. Такой прием называется перенормировкой, а сама теория с конечным числом расходящихся величин — перенормируемой. Например, обычная квантовая электродинамика перенормируема. Так вот, если переписать квантовую электродинамику в пространстве-времени большего числа измерений ($n+1 > 4$), то возникло бы бесконечное число бесконечных выражений и теория стала бы совсем неудовлетворительной — неперенормируемой. Напротив, если уменьшить размерность до $n+1 < 4$, то бесконечностей не возникает вовсе. Следовательно, наш мир — относительно упомянутого свойства — занимает выделенное, промежуточное положение.

5. Пытаясь обосновать программу объединения теорий всех взаимодействий, Эйнштейн выдвинул принцип одинаковой «жесткости» уравнений для гравитационного, электромагнитного и других полей. Понятие жесткости определяет число произвольных коэффициентов в любом порядке разложения решений соответствующих дифференциальных уравнений. Вряд ли имеет смысл здесь вдаваться в подробные пояснения этого понятия. Для детального знакомства с ним читатель может обратиться непосредственно к работе Эйнштейна [26, с. 778] или к обзору особенностей 4-мерия в книге [14]. Отметим только любопытное обстоятельство: в 4-мерном пространстве-времени уравнения Эйнштейна, Максвелла и уравнения Вейля для безмассового нейтрино имеют одинаковую жесткость. В многообразиях иной размерности жесткости этих уравнений уже не совпадают.

6. Пространственно-временные многообразия разных размерностей отличаются по свойствам вводимых в них дискретных преобразований: пространственного отражения (P-преобразование), отражения времени (T-преобразование) и зарядового сопряжения (С-преобразование). Исследовалось, насколько равноправны в таких мирах частицы и системы, обладающие противоположными свойствами (левые и правые поляризации частиц, поведение уравнений в прямом и обратном направлениях времени и др.). В ряде работ отмечалось, что по этим свойствам 4-мерный мир также оказывается выделенным.

Анализ всех вскрытых особенностей 4-мерия приводит к заключению, что подавляющее большинство их связано со свойствами электромагнитных взаимодействий. Это относится к теории атомов, принципу Гюйгенса (имелись в виду в основном электромагнитные волны), конформной инвариантности уравнений Максвелла, перенормируемости квантовой электродинамики и т. д.

Перечисленные особенности позволяют почувствовать удивительную уникальность нашего мира четырех явных размерностей. Если допустить возможность существования миров какой угодно явной (классической) размерности, то нам чрезвычайно повезло. Однако напомним, что цель данных исследований состояла не столько в удовлетворении любопытства (хотя оно в научном творчестве занимает далеко не последнюю роль), сколько в попытке найти факторы, которые могли бы заменить аксиому размерности $n = 3$. К сожалению, следует признать, что на этом направлении исследований пока не удалось найти (угадать) какое-то одно физическое свойство мира, которое бесспорно можно было бы признать более фундаментальным, чем геометрическая аксиома $n = 3$.

Глава 3

Загадка Калуцы — пятимерное пространство-время

Наши солнца, звезды, все в пространстве
Вся безгранность, где и свет бескрыл,
Лишь фестон в том праздничном убранстве,
Чем их мир свой гордый облик скрыл.

В. Брюсов

Не является ли наблюдаемый нами мир лишь некой тенью («фестоном» или проекцией) мира большей размерности? Этот вопрос, издавна волновавший мыслителей и естествоиспытателей, возможно, вызовет у читателя законное недоумение. Ведь эта идея противоречит доказанной в предыдущей главе уникальности нашего 4-мерного мира. Тем не менее, противоречий здесь нет, поскольку в наших рассуждениях использовалось несколько якобы естественных предположений. Во-первых, постулировалось, что все n пространственных измерений равноправны, а во-вторых, полагалось, что электромагнитное и другие поля являются внешними по отношению пространству-времени, в которое они вкладываются. Но эти допущения, как было позднее доказано, не являются необходимыми.

Идея о многомерности реального мира долгое время представлялась мистической, и лишь в XX веке приобрела реалистические очертания благодаря работам Т. Калуцы и ряда других авторов, предложивших трактовать физические взаимодействия как проявления дополнительных размерностей мира большего числа измерений. Обсуждение, естественно, началось с гипотезы о минимальном увеличении размерности — до пяти измерений — и с идеи о проявлении дополнительной размерности в виде электромагнитного взаимодействия. Эта гипотеза оказалась чрезвычайно привлекательной и плодотворной.

3.1. Первые гипотезы о существовании скрытых размерностей

Отсчет времени существования многомерного подхода обычно начинают с работы Т. Калуцы 1921 года [21]. Однако вряд ли можно назвать хотя одну существенную публикацию, возникшую «на пустом месте». И идея Калуцы имела своих предшественников. С кого здесь следует начать? В предыдущей главе уже говорилось об идее многомерия, возникшей в работах математиков, но логика развития математики такова, что всякая красивая математическая идея или структура рано или поздно «примеряется» к явлениям различных разделов естествознания.

Уже в знаменитых мемуарах Б. Римана «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» содержится обсуждение «n-кратно протяженных величин». Риман писал: «Я поставил перед собой задачу, — исходя из общего понятия о величине, сконструировать понятие многократно протяженной величины. Мы придем к заключению, что в многократно протяженной величине возможны различные мероопределения и что пространство есть не что иное, как частный случай трижды протяженной величины» [22, с. 18].

Эти мемуары посвящены обсуждению метрических свойств n-кратно протяженных величин. В нем мы еще не находим явного указания на возможность скрытых размерностей реального пространства, однако здесь проявляется характерное для Римана стремление связать геометрические свойства пространства с эмпирическими данными. Так, в третьем разделе мемуаров, называемом «Применение к пространству», где сопоставляются возможные геометрии с реальным пространством, Б. Риман пишет: «Допущения (о метрических свойствах. — примеч. *Ю. С. В.*), о которых идет речь, не являются (как и всякие допущения) необходимыми; достоверность их носит эмпирический характер; они не что иное, как гипотезы. Их правдоподобие (которое, как бы то ни было, очень значительно в пределах наблюдения) надлежит подвергнуть исследованию и затем судить о том, могут ли они быть распространены за пределы наблюдения как в сторону неизмеримо большого, так и в сторону неизмеримо малого» [22, с. 19]. Далее говорится: «Вполне мыслимо, что метрические

Рис. 3.1. Б. Риман (1826–1866)

отношения в бесконечно малом не отвечают геометрическим допущениям; мы действительно должны были бы принять это положение, если бы с его помощью более просто были объяснены наблюдаемые явления» [22, с. 32].

Хотя речь здесь идет лишь о метрических отношениях, однако такой взгляд на геометрию в совокупности с соседствующим понятием «n-кратно протяженных величин» невольно наводит на мысль о распространении данного подхода и на свойство размерности пространства в бесконечно малом.

Эта мысль вскоре была высказана Э. Махом в своей книге «Познание и заблуждение»: «Если какой-нибудь физический факт требует видоизменения наших понятий, физик охотнее жертвует менее совершенными понятиями физики, чем более простыми, более совершенными и устойчивыми понятиями геометрии, составляющими самую твердую основу всех его построений. Но, с другой стороны, физик может извлечь существенную пользу из работ геометров. Наша геометрия относится всегда к объектам чувственного опыта. Но если мы оперируем с абстрактными вещами, как-то атомами и молекулами, которые по самой природе своей **не могут быть даны нашим чувствам**, мы не имеем более **никакого** права обязательно мыслить эти вещи в отношениях, в относительных положениях, соответствующих *Евклидову* трехмерному пространству нашего чувственного опыта» [12, с. 417]. Продолжая эту мысль далее, он заметил: «Находясь еще под влиянием атомистической теории, я попытался однажды объяснить спектральные линии газов колебаниями друг относительно друга атомов, входящих в состав молекулы газов. Затруднения, на которые я наткнулся при этом, навели меня в 1863 году на мысль, что **нечувственные** вещи не должны быть обязательно представляемы в нашем **чувственном** пространстве трех измерений».

В работе Маха 1872 года высказывались аналогичные мысли: «Химические элементы не обязательно представлять себе в пространстве с тремя измерениями»... «Что до сих пор не удалось создать удовлетворительную теорию электричества, это зависит, может быть, от того, что электрические явления непременно хотели объяснить молекулярными процессами в пространстве с тремя измерениями» [1].

[1] Следует отметить, что эти и ряд других идей Э. Маха в нашей стране были объявлены идеалистическими из-за позиции В. И. Ленина, сформулированной в его книге «Материализм и эмпириокритицизм», которая была написана с целью борьбы с политическими противниками. Будучи возведенной в ранг официальной

Возвращая в отечественный научный дискурс труды и идеи Э. Маха, конечно, следует учитывать разницу в уровнях знаний конца XIX и начала XXI века. Это касаются утверждений о ненаблюдаемости (объектах «чувственного опыта») атомов и молекул, а соображения о многомерном способе описания атомов можно теперь распространить на элементарные частицы.

Следует отметить, что идея о возможности проявления дополнительных измерений в физике микромира в начале XX века буквально носилась в воздухе. В 1906 году к ней пришел известный русский мыслитель П. Д. Успенский (1877–1947), математик по образованию, уже с 1907 года серьезно увлекавшийся эзотерическими и теософскими учениями. На его мировоззрение оказали влияние труды Э. Маха и американского философа С. Х. Хинтона. Взгляды Успенского по проблеме дополнительных размерностей изложены в его книгах «Четвертое измерение» (1918 г.), «Tertum organum. Ключ к загадкам мира», (1911 г.) и «Новая модель Вселенной», написанной в России в 1914 году и опубликованной в Лондоне в 1930 году. Размышляя о смысле дополнительных измерений, автор писал: «Идея „четвертого измерения“, идея „многомерного пространства“ указывает путь, по которому можно прийти к расширению нашего понятия о мире... Трудно даже приблизительно обрисовать, какое значение для всей нашей жизни имело бы открытие четвертого перпендикуляра во Вселенной». Далее речь шла о связи нерешенных проблем естествознания с «областью высших измерений». В частности, высказывалось предположение, что «в нашем физическом мире четвертое измерение должно относиться к области малых величин» [18, с. 87–90].

Идеи многомерности пространства-времени в России обсуждались и в Казанском университете, где — в традициях Н. И. Лобачевского — особое внимание уделялось вопросу соотношения геометрии и физики. Один из видных представителей казанских геометров А. В. Васильев в своей брошюре 1900 года «Пространство и время» писал: «Применимы ли законы перемещений, выведенные из рассмотрения движений твердых тел и к скрытым от нас дви-

---

доктрины, эта позиция привела к тому, что труды и идеи Маха в течении длительного времени фактически находились в нашей стране под запретом. Этим же объяснялось и негативное отношение к работам в области многомерия. Поэтому в первом издании этой книги отмечалось, что Ленин, не имея естественнонаучного образования, не мог в должной мере оценить физическую сторону идей Маха. Тем не менее, после ее выхода из печати в 1989 году издательство получило ряд писем с протестами по поводу «восхваления» позитивистских идей Маха, заклейменных Лениным.

жениям молекул? Опыт не может сказать ничего по этому поводу и ничто не заставит нас отрицать гипотезу, которая была высказана Ньюкомбом о возможности допустить, что молекулы могут двигаться в четвертом измерении» [23, с. 11–12].

В 1914 году Г. Нордстремом была предпринята характерная для того времени попытка построить единую 5-мерную теорию гравитации и электромагнетизма в плоском пространстве-времени специальной теории относительности. К сожалению, на ее основе не удалось объяснить эффект отклонения света, проходящего вблизи Солнца. И хотя теоретические построения Нордстрема оказались ошибочными, в них содержалась плодотворная идея перехода к 5-мерному пространству-времени. Не исключено, что эта работа послужила необходимым звеном от идей Маха к теории Калуцы.

Наконец, к числу ранних гипотез о многомерии нужно также отнести соображения, высказанные несколько позже, примерно в 1931 году, отечественным естествоиспытателем В. И. Вернадским. (Следует учесть, что он не являлся профессиональным физиком-теоретиком.) Вернадский писал: «Сейчас все больше углубляется представление о том, что то пространство, с которым мы имеем дело в пространстве-времени, не трехмерное, но близкое к нему, и что эти его свойства могут быть изучаемы научным путем — исследователем природных явлений и фактов» [24, с. 140]. И далее: «Я буду во всем дальнейшем изложении называть то пространство, которое мы изучаем в науке, физическим пространством. Сейчас приходится принимать, что физическое пространство не есть геометрическое пространство трех измерений» [24, с. 144].

3.2. Пятимерный мир Калуцы

В конце 1921 года в Германии была опубликована статья Теодора Франца Эдуарда Калуцы о способе объединения общей теории относительности и теории электромагнитного поля Максвелла на основе гипотезы, что наш мир представляет собой искривленное 5-мерное пространство-время. При этом одна из координат является временной, а четыре — пространственными. Предложенная Калуцей теория была построена именно в духе эйнштейновской общей теории относительности. Новое состояло лишь в увеличении размерности пространства на единицу и в увиденной Калуцей возможности отождествить возникающие в такой теории дополнительные геометрические величины с электромагнитными потенциалами.

Рис. 3.2. Т. Калуца (1885–1954)

Еще раз подчеркнем, что каждое увеличение размерности на единицу было сопряжено с преодолением большого психологического барьера. Выше уже говорилось о двух таких барьерах, связанных с переходом от разработанной Гауссом теории искривленных 2-мерных поверхностей к 3-мерным геометриям Римана и от 3-мерного пространства к 4-мерному пространству-времени. Теория Калуцы представляла собой третий шаг. Современникам Калуцы трудно было смириться с идеей об увеличении размерности пространства-времени до пяти: многие еще не свыклись с идеями специальной теории относительности, свидетельствующими о необходимости перехода перехода от 3-мерия к 4-мерию. Уже после публикации работы Калуцы еще не одно десятилетие продолжались попытки объединить геометрическим путем гравитацию и электромагнетизм в рамках пространства-времени четырех измерений. Далее в этой книге речь пойдет и о новых шагах по увеличению размерности.

Давайте разберемся, в каких геометрических выражениях 5-мерной теории Калуца увидел электромагнитные величины. Как уже отмечалось, основным «строительным материалом» в римановом пространстве-времени являются компоненты метрического тензора. В 5-мерном многообразии вместо квадрата 4-мерного интервала $ds^2 = g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha\, dx^\beta$ следует взять

$$dI^2 = G_{AB} dx^A dx^B, \tag{3.1}$$

где индексы A и B принимают значения: 0, 1, 2, 3, 5. Четверку пропустим, так как ряд авторов пишут 4 вместо 0. Величины G_{AB} являются компонентами 5-мерного метрического тензора. Они образуют квадратную матрицу, имеющую в общем случае 15 независимых компонент:

$$G_{AB} = \left(\begin{array}{cccc|c} G_{00} & G_{01} & G_{02} & G_{03} & G_{05} \\ G_{10} & G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{15} \\ G_{20} & G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{25} \\ G_{30} & G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{35} \\ \hline G_{50} & G_{51} & G_{52} & G_{53} & G_{55} \end{array}\right) \equiv$$

$$\equiv \left(\begin{array}{c|c} G_{\alpha\beta} & G_{\alpha 5} \\ \hline G_{5\beta} & G_{55} \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{c|c} g_{\alpha\beta} & A_\alpha \\ \hline A_\beta & G_{55} \end{array} \right). \tag{3.2}$$

Здесь греческие индексы α и β по-прежнему принимают четыре значения: 0, 1, 2, 3. Калуца показал, что компонентами G_{AB} можно распорядиться следующим образом: десять компонент $G_{\alpha\beta}$ (впоследствии было показано, что на самом деле нужно брать десять комбинаций из них

$$g_{\alpha\beta} = G_{\alpha\beta} + \frac{G_{5\alpha}G_{5\beta}}{G_{55}}, \tag{3.3}$$

как в 4-мерии в (1.20)) следует сопоставить с 10 компонентами метрического тензора общей теории относительности; четыре компоненты $G_{5\alpha}$ (точнее, четыре комбинации $G_{5\alpha}/\sqrt{-G_{55}}$, как и $\tau_i = g_{0i}/\sqrt{g_{00}}$) следует отождествить с точностью до размерного коэффициента с четырьмя компонентами электромагнитного векторного потенциала A_α, и остается еще одна, «лишняя», 15-я компонента G_{55}, которая в принципе может описывать какое-то новое скалярное поле.

Здесь возникает несколько вопросов. В частности, почему именно компоненты $G_{5\alpha}$ должны сопоставляться с компонентами A_α? Для такого отождествления имеется много причин. Как уже отмечалось, в теории Максвелла из компонент A_α строится тензор напряженности электромагнитного поля, согласно формуле (1.6). В искривленном (римановом) пространстве-времени роль напряженностей играют символы Кристоффеля (см. (1.15)), которые в 5-мерной теории записываются прежним образом:

$$\Gamma_{AC,B} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial G_{AB}}{\partial x^C} + \frac{\partial G_{BC}}{\partial x^A} - \frac{\partial G_{AC}}{\partial x^B}\right). \tag{3.4}$$

Давайте положим здесь один из индексов (пусть им будет C) равным 5, а остальные — принимающими 4-мерные значения, тогда имеем

$$\Gamma_{\alpha 5,\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial G_{\alpha\beta}}{\partial x^5} + \frac{\partial G_{\beta 5}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial G_{\alpha 5}}{\partial x^\beta}\right). \tag{3.5}$$

Если при этом еще положить, что метрический тензор G_{AB} не зависит от пятой координаты (это так называемое условие цилиндричности по x^5), то первое слагаемое справа в (3.5) пропадет и тензор $F_{\alpha\beta}$ из (1.6) может быть поставлен в соответствие с $\Gamma_{\alpha 5\beta}$ так, что

$$F_{\alpha\beta} \leftrightarrow \Gamma_{\alpha 5\beta}; \quad A_\alpha \leftrightarrow G_{5\alpha}\left(\text{точнее, } G_{5\alpha} = \frac{2\sqrt{G}}{c^2}A_\alpha\right). \tag{3.6}$$

Если произвести указанные отождествления, то из 5-мерной теории получается несколько удивительно красивых результатов, которые имел в виду А. Салам, когда говорил о «чудесах Калуцы». Не вникая в детали, перечислим их.

«Первое чудо Калуцы» состоит в том, что 5-мерные «уравнения Эйнштейна»

$${}^5R_{AB} - \frac{1}{2}G_{AB}{}^5R = \widetilde{\varkappa}T_{AB} \tag{3.7}$$

(т. е. уравнения, записанные как и обычные уравнения Эйнштейна (1.16), только в пяти измерениях), а их всего 15, распадаются на:

а) систему из десяти обычных 4-мерных уравнений Эйнштейна,

б) систему из четырех обычных уравнений Максвелла (1.6) и

в) еще одно, «лишнее», 15-е уравнение для скалярной компоненты G_{55}.

«Вторым чудом Калуцы» можно назвать тот факт, что в десяти получающихся 4-мерных уравнениях Эйнштейна автоматически возникает справа источник гравитационного поля, который в точности равен известному тензору энергии-импульса электромагнитного поля. Нужный знак этого выражения, соответствующий положительной определенности энергии электромагнитного поля, получается только в том случае, когда пятая координата является пространственно-подобной, как это и было сказало в начале этого параграфа.

«Третье чудо Калуцы» состоит в виде 5-мерных уравнений геодезических линий. Напомним, что в произвольном искривленном пространстве-времени частицы движутся по экстремальным линиям — геодезическим. Именно с их помощью в 4-мерной теории выводятся классические эффекты эйнштейновской теории гравитации. Если записать 5-мерные уравнения геодезических линий (их будет пять) и произвести в них указанные отождествления, то четыре из них совпадут с известными в 4-мерной теории уравнениями движения заряженных частиц в гравитационном и электромагнитном полях. Получится объединенная формула из (1.8) и (1.14). В частности, из члена с символом Кристоффеля (3.4) возникнет известная сила Лоренца. При этом нужно положить, что пятая компонента скорости частицы имеет физический смысл отношения электрического заряда q к массе m частицы:

$$\frac{dx^5}{ds} = -\frac{1}{2\sqrt{G}}\frac{q}{m}, \tag{3.8}$$

где в размерный коэффициент входит G — ньютоновская гравитационная постоянная. Пятое уравнение геодезической линии в теории Калуцы означает постоянство отношения q/m. Все это составляет «третье чудо Калуцы».

Как уже отмечалось, в электродинамике Максвелла векторный потенциал A_α определен неоднозначно, с точностью до градиентных преобразований (1.9). Оказывается, это следует из возможности преобразования пятой координаты

$$x'^5 = x^5 + f(x^0, x^1, x^2, x^3), \tag{3.9}$$

при котором $A_\alpha \sim G_{5\alpha}$ должны изменяться как компоненты 5-мерного тензора. Этот факт составляет «четвертое чудо Калуцы».

Чтобы испытать ощущение чуда, о котором писал А. Салам, стоит лишь подробно расписать уравнения 5-мерных геодезических линий и 5-мерные «уравнения Эйнштейна». Думается, что любой физик, однажды в жизни сделавший это, навсегда сохранит в себе состояние удивления. А если удастся сопоставить эти результаты с выводами других вариантов единых теорий гравитации и электромагнетизма (например, Вейля или Эддингтона), эти чувства окажутся еще более сильными. (В этой связи заметим, что для получения аналогичных результатов в 4-мерных геометриях с неметричностью необходимо сделать ряд дополнительных искусственных предположений.)

Здесь хочется привести заключительную фразу из статьи самого Калуцы: «Полностью учитывая все физические и теоретико-познавательные трудности, громоздящиеся па нашем пути при изложенном подходе, все же нелегко примириться с мыслью, что все эти соотношения, которые вряд ли можно превзойти по достигнутой в них степени формального единства, — всего лишь капризная игра обманчивой случайности. Но если удастся показать, что за предполагаемыми взаимосвязями стоит нечто большее, нежели пустой формализм, то это будет новым триумфом общей теории относительности Эйнштейна, о логическом применении которой к случаю пятимерного мира здесь шла речь» [21, с. 534].

3.3. Первые шаги пятимерной теории

В начале 1919 года Т. Калуца, никому не известный приват-доцент Кенигсбергского (ныне Калининградского) университета, направил свою работу по пятимерной теории гравитации и электромагнетизма в журнал «Известия Берлинской академии наук». Для ее публикации требовалась рекомендация известного ученого. Выбор рецензента вполне естественен, поскольку в теории Калуцы обобщались идеи Эйнштейна об искривленном пространстве-времени, но на одно измерение больше. Случилось так, что Эйнштейн задержал ее публикацию более чем на два с половиной года.

Сохранились письма, в которых содержатся замечания Эйнштейна по работе Калуцы:

> 21 *апреля* 1919 *г.*
>
> «Мысль, что электрическое поле является „искалеченной" величиной... также часто и настойчиво преследовала меня. Однако мне никогда не приходило в голову, что это можно получить в 5-мерном цилиндрическом мире; такая идея выглядит совершенно новой. Ваша мысль с первого взгляда очень понравилась мне...
>
> Если при более детальном чтении у меня не появится серьезных возражений, я буду рад представить Вашу работу в здешней Академии».
>
> 28 *апреля* 1919 *г.*
>
> «Я прочел всю Вашу работу и нашел, что она действительно интересна. Пока я не смог увидеть, почему бы это было невозможным. С другой стороны, я вынужден признаться, что выдвинутые аргументы пока не выглядят достаточно убедительными. Я бы хотел предложить обдумать следующее (возможно, перед тем, как Вы опубликуете свою работу, хотя мне не нравится то, что я позволяю себе подавать Вам советы в таком деле).
>
> В соответствии с Вашей основной идеей следует предположить, что геодезические линии, которые наклонны к сечениям,... должны давать траектории электрически заряженных частиц, подвергающихся совместному воздействию гравитационного и электрического полей. *Если бы Вы смогли показать, что так и происходит в пределах точности, требуемой нашими эмпирическими знаниями*, то Ваша теория почти убедила бы меня».

После этих писем Эйнштейн и Калуца еще примерно четыре раза обменивались посланиями, в которых Эйнштейн ставил вопросы, а Калуца отвечал на них. Спустя два с половиной года Эйнштейн принял окончательное решение по работе Калуцы и послал ему открытку следующего содержания:

> 14 *октября* 1921 *г.*
>
> «Я поразмыслил относительно того, что два года назад удержал Вас от публикации Вашей идеи объединения гравитации и электричества. Представляется, что Ваш подход в любом случае имеет большее отношение к делу, чем подход Г. Вейля. Если Вы хотите, я наконец представлю Вашу статью в Академию при условии, что Вы мне ее пришлете» (Цит. по [25]).

Публикация статьи Калуцы в том же 1921 году ознаменовала начало нового подхода к построению единых теории поля — на основе пространства-времени с размерностью, большей четырех.

Анализ работ Эйнштейна 1921 года и последующих лет показывает, что, несмотря на сомнения по отношению к подходу Вейля, о которых говорится в его последней открытке, он все же отдавал предпочтение вейлевскому направлению и обобщению, предложенному А. Эддингтоном (все в рамках четырех измерений). Этому подходу посвящены работы Эйнштейна: «Об одном естественном дополнении основ общей теории относительности» (1921 г.), «К общей теории относительности» (1923 г.), «К аффинной теории поля» (1923), «Единая полевая теория тяготения и электричества» (1925 г.) и ряд других. В 1923 году была опубликована и статья Эйнштейна (совместно с Я. Громмером) по 5-мерию. В ней хотя и говорится, что недавно представленный проект теории Калуцы «отличается удивительной формальной простотой», однако в целом эта работа имела критический характер, что отражено даже в ее названии «Доказательство несуществования всюду регулярного центрально-симметричного поля в теории Калуцы».

Отношение Эйнштейна к 5-мерию существенно меняется к 1927 году, когда была опубликована серия из двух его статей «К теории связи гравитации и электричества Калуцы», которая уже имела характер не критики, а конструктивного развития идей Калуцы. В частности, в ней утверждалось, что из 5-мерия получается совокупность 4-мерных уравнений Эйнштейна и Максвелла не только в первом приближении теории (как было в первой работе Калуцы), но и в общем случае. Однако к этому времени данный результат

Рис. 3.3. В. А. Фок (1898–1974) и Л. де Бройль (1892–1987)

был уже не нов. При корректуре этой статьи Эйнштейн вынужден был сделать замечание: «Г. Мандель сообщил мне, что изложенные здесь результаты не новы и содержатся в работах О. Клейна [Z. Phys. 1926. 37, 895]. Ср. также работу В. А. Фока [Z. Phys. 1926. 39, 226]».

В последующие годы Эйнштейн опять неоднократно возвращался к теории Калуцы: в 1930 г., затем в 1931, 1938, 1941 гг. Ниже будут обсуждены некоторые интересные результаты, полученные в этих статьях.

В тот же период был сделан ряд работ других авторов. Не очень широко известен тот факт, что в 1927 г. была опубликована работа по 5-мерию Луи де Бройля — одного из создателей квантовой механики. В этой работе рассматривались более тонкие вопросы отождествления компонент 5-метрики с электромагнитным потенциалом.

3.4. Почему теория Калуцы не стала рабочим инструментом физиков?

Несмотря на отмеченные достоинства уже первых вариантов 5-мерной теории, она не завоевала всеобщего признания и не стала рабочим инструментом в проводимых физических исследованиях.

Изложения этой теории, даже упоминаний о ней нельзя было найти до самого последнего времени ни в школьных, ни в вузовских учебниках, ни даже в фундаментальном многотомнике по теоретической физике Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица. Как оказалось, на это были серьезные причины, главным образом, субъективного характера. В итоге в историю естествознания была вписана еще одна интересная и поучительная страница, рассказывающая об исполненной драматизма борьбе идей в связи теорией 5-мерия Калуцы. Чтобы понять ее достаточно обратиться к критическим замечаниям, содержащимся в статьях Эйнштейна и других физиков, опубликованных в 20-е и последующие годы.

1. Прежде всего, *не был ясен физический смысл пятой координаты*. Следует заметить, что принятие гипотезы о существовании пятого измерения означало преодоление еще большего психологическою барьера, чем даже признание основного вывода теории относительности об объединении пространства и времени в единое 4-мерное многообразие. Последнее не требовало доказательства, что четвертое (временное) измерение существует — нужно было только его объединить с пространством. А здесь предлагалось вынуть «из небытия» новое измерение. Разум невольно связывал эту гипотезу с мистикой (вспомним пример с квартирой необъятных размеров из-за пятого измерения в романе М. Булгакова «Мастер и Маргарита»). Вставал вопрос: достаточно ли перспективны достоинства теории Калуцы для принятия столь серьезной гипотезы?

2. Второе возражение тесно связано с первым: *почему же пятое измерение* (*четвертое пространственное*) *остается ненаблюдаемым?* Еще Мах, рассматривая проблему многомерности пространства, справедливо писал: «Акушера такого еще не было, который бы помог родам при помощи четвертого измерения». Однако нельзя сказать, что оно совершенно ненаблюдаемо в теории Калуцы. Ведь в ней все электромагнитные явления можно трактовать как проявления пятого измерения. Но хотелось большего или, по крайней мере, веских аргументов, объясняющих, почему столь ограничены проявления дополнительной размерности. Кроме того, возникал вопрос, как совместить все ранее сказанное об особенностях 4-мерного мира с 5-мерием Калуцы?

Возражение вызывало постулированное в первых вариантах 5-мерной теории условие независимости всех геометрических величин от пятой координаты (условие цилиндричности по x^5). Оно использовалось нами при получении из формулы (3.5) тензора напряженности электромагнитного поля. Эйнштейн по этому поводу писал: «Среди соображений, которые заставляют усомниться в этой теории, на первом месте стоит следующее: вряд ли разумно заменять 4-мерный континуум на 5-мерный и затем искусственно налагать ограничение на одно из этих пяти измерений с тем, чтобы объяснить, почему оно не проявляет себя физически» [27, с. 347].

3. Следующее препятствие для принятия гипотезы 5-мерия носило более специальный характер и состояло в том, что в 20 – 30-е годы XX века *не удавалось физически истолковать дополнительную, 15-ю компоненту метрического тензора* G_{55} в (3.2). Для описания гравитационного и электромагнитного полей было достаточно 14 компонент. Что делать еще с одной? Строго говоря, она приводила к гипотезе о существовании в природе еще одного, ранее неизвестного скалярного поля геометрического происхождения. Но такого поля экспериментально не обнаружено до сих пор. (В следующей главе будут рассмотрены соображения о возможных физических следствиях, обусловленных скалярным полем.)

4. Особо следует выделить еще одно обстоятельство, связанное с компонентой G_{55}, которой соответствовало дополнительное, 15-е уравнение Эйнштейна. Если формально положить $G_{55} = -1$, как это делалось большинством авторов, то *пятнадцатое уравнение будет означать жесткую связь между скалярной кривизной 4-мерного пространства-времени R и инвариантом электромагнитного поля* $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$, что физически неприемлемо, так как оно отрицает существование, например, кулоновского электростатического поля. Как поступали авторы в работах по 5-мерию? Либо просто ограничивались лишь 14 пятимерными «уравнениями Эйнштейна», либо использовали вариационный принцип и фиксировали G_{55} до варьирования лагранжиана по компонентам метрики. Тогда автоматически получалось лишь 14 нужных уравнений, однако эти решения вызывали новые вопросы.

5. Критические замечания Эйнштейна содержали и возражения сугубо методологического характера. Как известно, уже в рамках 4-мерной теории он не был до конца удовлетворен введением в правую часть его уравнений негеометрической величины — тензора энергии-импульса материи $T_{\alpha\beta}$, поскольку это нарушало стройность и целостность геометрического подхода к физике. Эйнштейн полагал, что будущая ***теория должна единым геометрическим образом описывать всю материю***, поэтому в своих работах он везде, где это только было возможно, избегал употребления $T_{\alpha\beta}$ внешней материи. Это же требование Эйнштейн предъявлял и к 5-мерной теории. В связи с этим он писал, что уравнения сугубо геометрической 5-мерной теории «не допускают отличных от нуля плотностей электрического заряда и тока» [27, с. 387]. «Последнее из уравнений Максвелла, выражающее равенство нулю дивергенции контравариантной плотности электрического поля, по-видимому, вообще исключает существование плотности заряда и, стало быть, электрически заряженных частиц» [27, с. 497].

Нужно сразу сказать, что это излишне строгое требование к 5-мерной теории. Ему не удовлетворяет (и, видимо, не должна удовлетворять) даже общепринятая 4-мерная общая теория относительности. Более того, в 5-мерной теории Калуцы геометризовано значительно больше, чем в общепринятой теории — все электромагнитное поле, в частности, геометризована электромагнитная часть тензора энергии-импульса $T_{\alpha\beta}$.

6. Более серьезным упреком к 5-мерной теории является то, что в ней *получено лишь формальное единство гравитации и электромагнетизма*. Это значит, что 14 оставляемых в теории уравнений строго совпадают с уже известной системой из десяти 4-мерных уравнений Эйнштейна и четырех уравнений Максвелла. В такой теории не содержится ничего нового; из нее (в таком усеченном виде) не следовало никаких новых предсказаний, которые можно было бы подтвердить или опровергнуть экспериментально. В связи с этим Эйнштейн писал: «Цель Калуцы несомненно заключалась в том, чтобы прийти к новому физическому взгляду на гравитацию и электричество путем введения единой структуры пространства. Однако эта цель не была достигнута» [27, с. 497].

Следует признать, что в этом высказывании автор также излишне сгущает краски. Новый геометрический взгляд на единство гравитации и электромагнетизма у Калуцы, бесспорно, дан, хотя это достигнуто без такого обновления представлений о пространстве и времени, которое могло бы привести в тот момент к новым следствиям.

7. При оценке важности любой теории следует учитывать общее состояние науки на данном этапе и совокупность стоящих перед нею актуальных задач. Как известно, в 20 – 30-е годы XX века важнейшим направлением в теоретической физике было создание квантовой механики, включая разработку ее принципиальных вопросов и многочисленных приложений. В этих условиях ожидалось, что теория, объединяющая гравитацию и электромагнетизм, позволит более глубоко разобраться в закономерностях квантовой механики или по крайней море как-то скажется на ее развитии. Ничего подобного не произошло, *теория Калуцы не оказала заметного влияния на исследования по квантовой механике* (точнее, работы В. А. Фока и О. Клейна сыграли определенную роль, но потом оказалось, что эти же результаты могут быть получены и без 5-мерия). Этот факт, а также несопоставимость прикладных результатов теории Калуцы и квантовой теории привели к психологической дискредитации 5-мерной теории. Примечательно, что уже у самого Калуцы в его первой статье содержится фраза: «Вообще любой гипотезе, претендующей на универсальное значение, угрожает сфинкс современной физики — квантовая теория» [21, с. 534].

8. Немаловажное значение имели также *альтернативные варианты объединения гравитации и электромагнетизма*, развивавшиеся в то время. Тогда еще не было ясно, какие из них следует предпочесть. В частности, Эйнштейн отмечал: «До сих пор были сделаны две довольно простые и естественные попытки связать гравитацию и электричество с помощью единой теории поля: одна — Вейлем, другая Калуцей» [27, с. 49].

9. К этим возражениям впоследствии прибавились и другие. Так, появились новые перспективные направления в физике: ядерная физика, теория элементарных частиц, электроника и т. д., сулившие многочисленные технические приложения. А самым существенным результатом развития физики явилось *открытие новых видов фундаментальных взаимодействий: слабых и сильных*. В этих условиях попытки 20 – 30-х годов XX века объединить только два известные тогда взаимодействия — гравитационное и электромагнитное — стали выглядеть старомодными. Возникал естественный вопрос: почему мы занимаемся объединением двух, а не всех четырех взаимодействий?

Последний довод сломил даже некоторых преданных сторонников 5-мерных теорий. Так, Ю. Б. Румер в середине 1970-х годов буквально за за несколько лет до возрождения идей многомерия писал: «Однако такого рода попытки (построения единой геометрической теории взаимодействий. — *Ю. С. В.*) не дали никаких существенно новых результатов. Этот путь объединения имел бы некоторый смысл в тот давно уже прошедший период физики, когда из семейства зарядов был известен лишь электрический заряд. Но в связи с открытием в последние годы новых зарядовых величин и соответствующих этим величинам законов сохранения надежда на на развитие 5-мерных теорий должна быть оставлена» [29, с. 118].

В качестве примера негативного отношения к 5-мерию можно также привести историю с изданием в конце 1970-х годов юбилейного сборника[2)] «Альберт Эйнштейн и теория гравитации» [9], посвященного 100-летию со дня рождения А. Эйнштейна. В юбилейное издание вошли основные работы, которые, во-первых, привели к созданию общей теории относительности; во-вторых, являются ключевыми по общей теории относительности и, в-третьих, обобщают идеи общей теории относительности. Состоялся широкий опрос отечественных специалистов относительно материалов, достойных включения в сборник. Примечательно, что были возражения ряда академиков против включения в сборник статьи Калуцы. Отмечались неактуальность и даже «тупиковость» данного направления в развитии физики, которая «пошла иным путем» и т. д. Тем не менее сборник вышел со статьей Калуцы, впервые переведенной на русский язык. А в 1980-е годы идея Калуцы о многомерии становится популярной и широко развиваются модели типа теорий Т. Калуцы и О. Клейна.

3.5. Выделенность пятой координаты

Вернемся к содержанию главы 2, где была показана уникальность 4-мерного мира. Не свидетельствуют ли эти особенности 4-мерия о том, что все «чудеса» Калуцы являются лишь формальным курьезом, не имеющим отношения к реальности? Видимо, многим так и представлялось, особенно, если учесть перечисленные выше возражения по отношению к 5-мерию. Однако торопиться с выводами не следует. В главе 2 шла речь о допущениях, которые были там сделаны. Среди них было предположение, что дополнительные размерности совершенно равноправны с тремя классическими пространственными намерениями. А обязаны ли мы это требовать?

Вспомним 4-мерную общую теорию относительности. Как подчеркивалось в последнем параграфе главы I, временная координата

[2)] Автор настоящей книги был редактором-составителем этого сборника.

не во всех отношениях эквивалентна трем пространственным, что выражалось хотя бы сигнатурой. Объединив пространство и время в 4-мерное многообразие и записав симметрично по всем координатам уравнения Эйнштейна, мы затем вынуждены были дополнять общую теорию относительности методом описания систем отсчета и производить $(1+3)$-расщепление. Следовательно, в каком-то смысле все размерности равноправны, а в каком-то — нет.

Если внимательно присмотреться к классическому 3-мерному пространству, то следует признать, что в значительном круге практических задач и эти три размерности неравноправны. Так, для нас, жителей Земли, направление вверх-вниз, очевидно, существенно отличается от направлений влево-вправо и вперед-назад. Вряд ли человеку каменного века было легко усвоить идею о равноправии трех пространственных измерений. Но и для оставшихся двух пространственных измерений на поверхности Земли тоже существуют некоторые различия. Имеется выделенное направление север-юг, которое в ряде отношений отличается от направления восток-запад.

Из всего сказанного следует вывод: о равноправии координат и направлений можно говорить только в связи с условиями конкретных задач. За их пределами равноправие нарушается. Может быть, даже разумно полагать, что каждое физическое измерение (размерность) обусловлено какими-то своими физическими обстоятельствами и равноправность координат проявляется тогда, когда соответствующие обстоятельства оказываются симметричными.

Все это говорит о том, что в нашей практической деятельности мы имеем дело именно с такими физическими ситуациями, где пятое измерение оказывается существенно выделенным по отношению к наблюдаемым классическим размерностям. Но это не означает, что нет таких ситуаций, где пятая координата может проявляться равноправно с другими. Видимо, теория Калуцы вскрывает их, показывая, в каких соотношениях все пять измерений входят эквивалентно. Таковыми являются выражения для 5-мерной скалярной кривизны, с некоторыми оговорками система из пятнадцати 5-мерных уравнений Эйнштейна, 5-мерные уравнения движения (геодезические) и даже группа 5-мерных преобразований координат (см. перечисленные «чудеса теории Калуцы»).

Исходя из этого, содержание главы 2 может рассматриваться как свидетельство выделенности пятого измерения в тех задачах, которые там рассматривались. Именно из-за игнорирования этого факта из совокупности 5-мерных «уравнений Эйнштейна» выбиралось именно симметричное решение и на его основе делался вывод о неверном законе убывания гравитационных сил в 5-мерном мире. Но если допустить выделенность x^5 (в частности, независимость метрики от x^5), то из тех же 5-мерных уравнений Эйнштейна получается иное решение, приводящее к $F_{gr} \sim 1/r^2$ и не противоречащее эксперименту. Напомним, что известное решение Шварцшильда в 4-мерной общей теории относительности, на основе которого описываются известные закономерности движения планет вокруг Солнца, тоже не зависит от x^0 (выполняется условие цилиндричности по x^0), и это нас нисколько не смущает.

Но ограничиться лишь признанием выделенности x^5 мало. Нужно познать особенности пятого измерения, вскрыть сопутствующие им физические понятия и закономерности. Этому способствовала работа А. Эйнштейна и П. Бергмана «Обобщение теории электричества Калуцы», опубликованная в 1938 году. В ней было предложено отказаться от условия независимости величин от пятой координаты. Тогда сразу же встает вопрос: почему x^5 ненаблюдаема? В качестве ответа приводился следующий аргумент: пятая координата может изменяться лишь в некоторых ограниченных пределах — от 0 до некоторого значения T, т. е. мир по пятой координате заключен как бы в некотором слое толщиной T. Это можно наглядно изобразить в виде плоского чертежа, где четыре классические координаты (размерности) соответствуют одному (горизонтальному) измерению (рис. 3.4 *а*), или в виде объемной картинки, где четыре классических измерения соответствуют изображенным в перспективе плоскостям (рис. 3.4 *б*).

На обоих рисунках направления вдоль пятой координаты перпендикулярны классическим пространственно-временным направлениям. Полагалось, что любая функция Ψ в 5-мерной теории мало изменяется вдоль x^5 на протяжении слоя, так что $T\partial\Psi/\partial x^5$ мало по сравнению с Ψ т. е. этим изменением можно пренебречь и в среднем величину Ψ считать зависящей только от четырех координат.

Далее в этой же работе было предложено ограничиться только такими функциями Ψ, которые принимают одинаковые значения в соответствующих точках вдоль x^5 на нижней и верхней сторонах мирового «слоеного пирога». Это означает, что верхние и нижние части можно «склеить» друг с другом и мир оказывается замкнутым по пятой координате. Чертеж на рис. 3.4 *а* тогда можно преобразовать (рис. 3.5 *а*) в свернутую в цилиндр трубку, где образующие

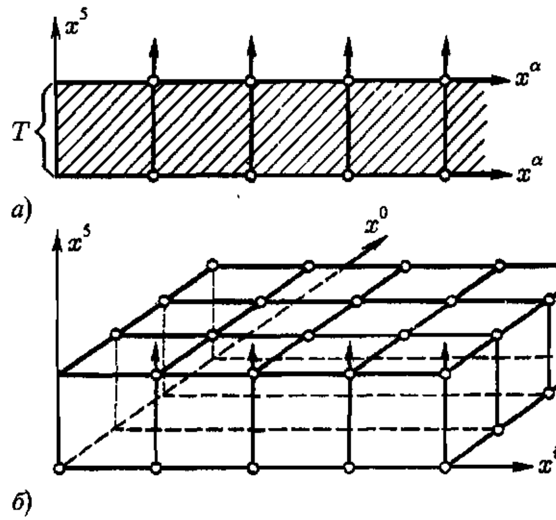


Рис. 3.4. Согласно идее А. Эйнштейна и П. Бергмана, пятая координата в теории Калуцы ненаблюдаема в больших масштабах потому, что может изменяться лишь в малых пределах — от 0 до T

цилиндра соответствуют осям по четырем классическим координатам, а перпендикулярные им замкнутые линии длиной T — линиям вдоль пятой координаты. Рис. 3.5 *а* уже не допускает в рамках трех измерений вполне наглядного образа, однако некоторое представление все же дает рис. 3.5 *б*, показывающий, что в каждой точке плоскости (4-мерного пространства-времени) как бы «пришита» окружность длиной T.

Очевидно, что вместо ограничения значений x^5 величиной T можно предположить, что x^5 изменяется в бесконечных пределах, однако рассматриваются только функции, периодичные по x^5 с периодом T. Это означает, что без ущерба для общности можно «склеить» друг с другом все точки, отстоящие друг от друга вдоль x^5 на расстоянии T. В итоге мы опять приходим к замкнутому по x^5 5-мерному пространству-времени. Мир с такими свойствами будем называть цикличным, замкнутым, или *компактифицированным* по пятой координате.

Любопытно отметить, что в работе Эйнштейна и Бергмана дано наглядное объяснение ненаблюдаемости x^5, но не было раскрыто, с какими физическими факторами может быть связана подобная замкнутость. Это было сделано позже: отсутствие явной зависимости

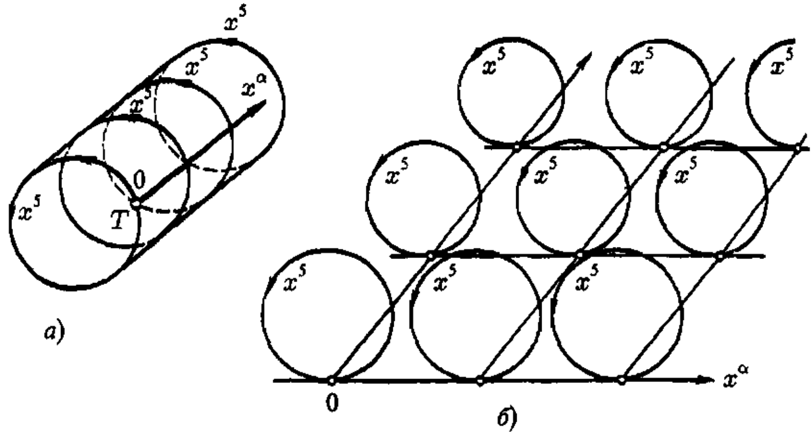


Рис. 3.5. Полагая, что все величины периодичны по x^5 (т. е. $\Psi(x^5) = \Psi(x^5 + T)$), приходим к идее о замкнутости мира по пятому измерению. На рис. 3.5 *а* классическим координатам x^α соответствуют образующие цилиндра, а на рис. 3.5 *б* — прямоугольная сетка, к которой как бы «приклеены» окружности длины T из пятого измерения

от x^5 действительно может быть так обосновано, однако в теории будут возникать производные по пятой координате, которые приводят к появлению коэффициентов, кратных обратной величине периода: $1/T$, $2/T$, $3/T$,... Спрашивается, какая физическая величина кроется за этими квантованными значениями? Ответ оказался простым: *период циклической зависимости T определяет значение электрического заряда электрона e, а квантованные числа — величину электрического заряда Q частиц в единицах e.*

Постараемся обосновать это утверждение. Напомним, что в стандартной 4-мерной электродинамике имеется прием, позволяющий описывать взаимодействие заряженных частиц с электромагнитным полем. Для этого нужно просто заменить обычные частные производные по координатам от волновых функций частиц ψ на

$$\frac{\partial\psi}{\partial x^\alpha} \to \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \frac{ie}{\hbar c}A_\alpha\right)\psi, \tag{3.10}$$

где e — электрический заряд частицы, A_α — электромагнитный векторный потенциал.

В 5-мерной теории при допущении зависимости величин от пятой координаты все 4-мерные частные производные должны быть

Рис. 3.6. П. Бергман (1915–2002). Фото автора

изменены на некоторые комбинации, как и пространственные производные (1.23) в монадном методе задания систем отсчета[3]. Эти комбинации имеют вид

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x^\alpha} \to \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} - G_{5\alpha}\frac{\partial}{\partial x^5}\right)\Psi = \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \frac{2\sqrt{G}}{c^2}A_\alpha\frac{\partial}{\partial x^5}\right)\Psi, \quad (3.11)$$

где использовано ранее уже произведенное отождествление (3.6) компонент 5-метрики $G_{5\alpha}$ с векторным потенциалом A_α. Легко видеть, что формулы (3.10) и (3.11) совпадут, если предположить, что волновая функция Ψ заряженной частицы в 5-мерии следующим образом зависит от x^5:

$$\Psi = \psi(x^\alpha)\exp\left\{\frac{iec}{2\sqrt{G}\hbar}x^5\right\}, \quad (3.12)$$

[3] Это доказывается с помощью метода $(1+4)$-расщепления 5-мерного многообразия на 4-мерное классическое пространство-время и ортогональное ему направление пятой координаты. Данный прием аналогичен методу хронометрических инвариантов, который используется для описания систем отсчета в ОТО.

где ψ — сопоставляется с общепринятой 4-мерной волновой функцией частиц в (3.10).

Выражение (3.12) описывает циклическую зависимость Ψ от x^5 с периодом

$$T = \frac{4\pi\sqrt{G}\hbar}{ec}. \tag{3.13}$$

Подставляя сюда известные значения физических констант G, $\hbar$, c и заряд электрона e, находим период зависимости от пятой координаты

$$T = 4\pi\frac{\sqrt{G\hbar/c^2}}{\sqrt{e^2/c\hbar}} \approx 10^{-31}\text{см}. \tag{3.14}$$

В последней формуле специально выделены замечательные физические величины. Здесь $\sqrt{\hbar G/c^3} = l_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-33}$см — так называемая планковская длина. Она строится из трех фундаментальных физических констант, характеризующих параметры трех теорий: специальной теории относительности (c), теории гравитации (G) и квантовой механики ($\hbar$). Эта величина определяет наименьшие размеры, допустимые совместно общей теорией относительности и квантовой механикой. Вторая константа $e^2/\hbar c = 1/137$ — безразмерная величина, так называемая постоянная тонкой структуры, играющая ключевую роль в электродинамике.

Таким образом, из (3.13) следует, что период циклической зависимости величин от пятой координаты чрезвычайно мал по сравнению с масштабами, с которыми мы имеем дело не только в нашей обыденной жизни, но и в тех явлениях, которые сейчас изучает физика (атомных и ядерных размеров). Следовательно, нет ничего удивительного в том, что такая зависимость не проявляется в используемых нами физических формулах.

Изложенное позволяет в значительной степени снять первые два возражения относительно 5-мерия, изложенные в предыдущем параграфе. Теперь мы не только можем сказать, что пятая координата связана с электромагнетизмом. Справедливым является даже утверждение, что импульс частиц по пятой координате имеет смысл электрического заряда (с точностью до размерной константы $c/2\sqrt{G}$). Еще раньше уже было показано, что пятая компонента скорости имеет смысл отношения электрического заряда частицы к ее массе. Второе же возражение о причине ненаблюдаемости пятого измерения устраняется обнаруженным свойством цикличности мира по пятой координате с чрезвычайно малым периодом.

Конечно, не всякий читатель согласится, что этим полностью исчерпан вопрос о причинах ненаблюдаемости пятого измерения. Как правило, решение одной загадки природы порождает новые проблемы. Сразу же возникает вопрос: а почему четыре классические координаты изменяются в бесконечных (или достаточно больших) пределах, тогда как пятая координата характеризуется малым периодом? (В ходе дальнейшего изложения будут раскрыты аналогичные свойства шестой и других координат.) В современной теории эта проблема носит название *проблемы компактификации пространства-времени по дополнительным измерениям*. Нередко высказывается мнение, что такая компактификация, или замыкание мира по ряду размерностей произошла на ранних стадиях развития Вселенной. А может быть, вопрос следует ставить иначе, полагая, что замкнутость мира по всем измерениям является нормальным свойством мира, а размыкание по четырем классическим размерностям — их примечательной особенностью? Тогда, может быть, правильнее говорить, что на каких-то ранних этапах развития Вселенной произошло размыкание по четырем измерениям?

Глава 4

Загадки и гипотезы многомерия

Наше время — им чертеж на плане
Вкось глядя, как мы скользим во тьме,
Боги те тщету земных желаний
Метят снисходительно в уме.

В. Брюсов

Физические взаимодействия — главное и определяющее проявление дополнительных размерностей пространства-времени. Но есть основания полагать, что с дополнительными размерностями может быть связан и ряд других факторов физической реальности. Среди высказывавшихся идей — гипотезы о существовании дополнительного скалярного поля, обусловленного 15-й компонентой 5-мерного метрического тензора, гипотезы Дирака и Эддингтона об изменении физических констант, попытки посредством пятой координаты геометризовать квантовую механику, соображения о возможности дополнительных времени-подобных размерностей и ряд других. В этой главе рассматривается несколько таких идей и гипотез. А насколько они перспективны, смогут показать лишь дальнейшие исследования.

4.1. Реально ли метрическое скалярное поле?

Как уже отмечалось, одним из следствий 5-мерной теории можно считать существование дополнительного скалярного поля геометрического происхождения, которое описывается компонентой 5-метрики G_{55}. Учитывая, что при условии $G_{55} = -1$ пятимерная теория не давала каких-либо новых предсказаний и даже приводила к трудностям с 15-м «уравнением Эйнштейна», некоторые авторы сосредоточили внимание на теории с переменной G_{55} и вытекающих из нее возможных экспериментальных следствиях.

Имелись и другие доводы в пользу подобных исследований. Так, в совокупности имеющихся в физике полей, которые медленно убывают с расстоянием, можно усмотреть некий пробел. Так, с помощью векторных полей описываются потенциалы электромагнитного поля A_α, тензоры второго ранга $G_{\alpha\beta}$ применены для описания гравитационного поля, а вот тензоры нулевого ранга — скаляры — оказались незадействованными. Ряду исследователей эта брешь казалась удивительной: «природа не терпит пустоты».

Другой довод был связан с интересной гипотезой, высказанной еще в 1930-е годы П. Дираком, автором фундаментального уравнения для спинорных частиц, носящего его имя. Суть сделанного предположения заключалась в том, что фундаментальные физические константы — заряд электрона e, массы электрона m_e, протона m_p и других частиц — могут изменяться с течением времени. Эта гипотеза основывалась на любопытном обстоятельстве, замеченном еще А. Эддингтоном и П. Эренфестом: некоторые безразмерные величины, построенные из фундаментальных физических констант, оказываются одного порядка.

$$\frac{e^2}{Gm_em_p} \simeq \frac{Tm_ec^3}{e^2} \simeq 10^{40}, \tag{4.1}$$

где T возраст Вселенной (согласно современным данным $T \simeq 10^{18}$ с), G — ньютоновская гравитационная постоянная, c — скорость света. Поскольку здесь содержатся константы, характеризующие как микромир, так и глобальные свойства мира, в котором T переменно, то и было высказано предположение об изменении констант, например, ньютоновской гравитационной постоянной G (по закону $G \sim 1/T$).

Предпринимались попытки реализовать гипотезу Дирака с помощью компоненты G_{55}, поскольку в 5-мерных «уравнениях Эйнштейна» эта компонента присутствует в виде множителя при гравитационной постоянной $\varkappa$ (или, что то же, при G). На это обращалось внимание в работах П. Йордана, И. Тири, К. Юста, Г. Людвига и других авторов. Однако попытки в конце 40-х и начале 1950-х годов обосновать и развить гипотезу Дирака с помощью 5-мерной теории натолкнулись на ряд трудностей. Их пробовали преодолеть с помощью дополнительных постулатов.

На рубеже 50 – 60-х годов XX века К. Бранс и Р. Дикке, оттолкнувшись от 5-мерия, предложили скалярно-тензорную теорию гравитации, в которой скалярное поле было развязано с геометрическими представлениями (была произведена «дегеометризация» скалярного поля). Оно вводилось в рамках 4-мерной теории волевым образом в правую часть уравнений на основе естественных в общепринятой теории поля предположений. При этом возникла дополнительная постоянная ω, характеризующая взаимодействие со скалярным полем. В 60–70-х годах XX века в теоретической физике наблюдался бум в исследованиях скалярно-тензорных теорий. Были изучены возможные следствия и предприняты попытки их экспериментально обнаружить, однако они не увенчались успехом. Поскольку в этой теории параметр ω неизвестен, отрицательные экспериментальные данные можно трактовать как достигнутую границу его оценок. По мере уточнения измерений эту границу можно отодвигать в сторону большего значения. Согласно современным данным, $\omega > 500$. К 80-м годам XX века интерес к теории Бранса—Дикке стал угасать.

Однако к этому времени относится возрождение интереса к многомерным моделям типа теории Калуцы, правда, в связи с совершенно другими задачами: исследователи обратились к анализу скалярного поля в 5-мерии. С помощью более совершенных математических методов выяснилось, что прежние трудности были сопряжены главным образом с неявно вводившимися в теорию дополнительными предположениями. На самом деле 5-мерная теория является довольно гибкой и утверждение о противоречии ее с экспериментом было преждевременным.

Был произведен пересчет классических эффектов общей теории относительности (смещение перигелия Меркурия, отклонение лучей света) в рамках усовершенствованной 5-мерной теории Калуцы. В полученных выражениях содержится некий параметр α, характеризующий свойства источников скалярного поля, например, Солнца. Заведомо ясно, что этот параметр очень мал, причем оказалось, что он настолько мал, что об обнаружении эффектов скаляризма в классических экспериментах даже не приходится мечтать.

Оставалась надежда на проявления эффектов скаляризма (если они вообще существуют) лишь при рассмотрении поведения заряженных частиц с максимально большим значением отношения электрического заряда частицы к ее массе (q/m). Как известно, наиболее велико это отношение для электрона. Напомним, что в 5-мерной теории с $G_{55} = -1$ пятое уравнение геодезической соответствует постоянству отношения q/m. В случае же переменного G_{55} это уравнение характеризует зависимость q/m от времени и положения в пространстве. Для сферически симметричной метрики, полученной из 5-мерных «уравнений Эйнштейна», пятое уравнение геодезической приводит к следующему результату:

$$\frac{q}{m} \simeq \frac{q_0}{m_0}\left(1 - \alpha\frac{r_g}{r}\frac{q_0^2}{8Gm_0^2}\right), \tag{4.2}$$

где q_0/m_0 — некоторое фиксированное значение отношения электрического заряда частицы к ее массе, r_g гравитационный радиус источника искривления метрики (для Солнца $r_g \sim 1{,}5$ км), r — расстояние до источника.

Следует считать константу α чрезвычайно малой, иначе бы этот эффект уже был обнаружен. Согласно приведенной формуле, отношение q/m для частиц должно изменяться вместе с изменением расстояния от Земли до Солнца. Учитывая, что орбита Земли — эллипс (максимальное расстояние в начале июля — $\sim$ 152 млн км, а минимальное расстояние в начале января — $\sim$ 147 млн км), можно ожидать сезонных изменений отношений q/m для измерений, проведенных на Земле. Как уже отмечалось, наиболее выгодно проводить такие измерения для электрона. Если этот эффект будет замечен, появится возможность оценить значение α.

Теоретический анализ имеющихся экспериментальных данных с целью выделения данного эффекта затруднен тем, что в публикациях, как правило, отсутствуют указания на время года, когда были проведены соответствующие измерения.

Геофизики обнаружили эффект сезонной периодичности частоты землетрясений. Этот эффект, наблюдаемый синхронно в обоих полушариях, считается твердо установленным. Высказывалась гипотеза обусловленности этого эффекта влиянием скалярного поля, описываемого формулой (4.2), поскольку колебания отношения q/m могут повлечь за собой изменения упругих сил в коре Земли, противодействующих силам гравитационного сжатия. Это может привести к сезонным колебаниям земной коры и изменениям давления, что может послужить спусковым механизмом для землетрясений.

Заслуживает внимания серия работ Э. Шмутцера, проведенных в начале 1980-х годов по теоретическому анализу возможных проявлений эффектов скаляризма в 5-мерной теории при совместном описании электромагнитных и гравитационных явлений. В них был отмечен произвол в определении 5-мерного тензора энергии-импульса материи, сказывающийся на характере взаимодействия скалярного поля с материей, и указаны конкретные пути его устранения. В этом цикле работ скалярное поле трактуется в виде вклада в диэлектрическую проницаемость среды.

Резюмируя изложенное относительно скалярного поля, можно утверждать следующее:

1) скалярное фундаментальное поле, возникающее в 5-мерной теории, нуждается в дополнительных постулатах, доопределяющих вид его взаимодействия с источниками и пробными телами;
2) в настоящий момент нет твердо установленных данных, свидетельствующих о существовании геометрического скалярного поля, которое продолжает оставаться гипотетическим;
3) наиболее подходящими для обнаружения скалярного поля следует считать эксперименты с электрически заряженными частицами. Скалярное поле могло бы проявиться в виде эффекта переменности отношения электрического заряда частиц к их массе;
4) высказывался ряд других гипотез о физической интерпретации компоненты G_{55} — через скалярные поля Хиггса, мезонные поля и т. д.

4.2. Общая теория относительности как 5-оптика

1. Обратимся к совершенно иному каналу развития 5-мерной теории. Его возникновение следует датировать концом XIX века, когда Феликс Клейн обнаружил, что в классической механике Ньютона «каждая механическая задача о движении материальной точки с помощью пространства высшего числа измерений может быть сведена к определению пути светового луча, проходящего в соответствующей среде» (цит. по [28, с. 11]). Эта идея, высказанная в 90-х годах XIX века, оказалась преждевременной и была забыта.

В настоящее время соображения многомерной оптики являются вполне естественными. В исходных посылках многомерных теорий частицы полагаются безмассовыми, т. е. светоподобными. Их наблюдаемые массы покоя получаются как следствие особых

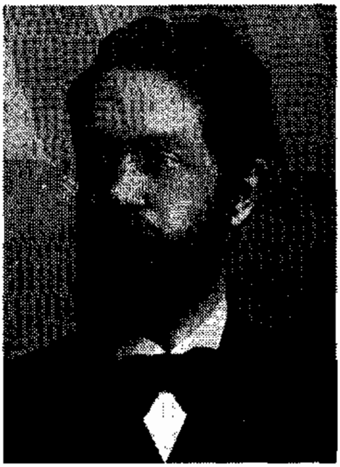


Рис. 4.1. Ф. Клейн (1849–1925)

свойств дополнительных размерностей и полей после перехода к 4-мерному пространству-времени (после процедуры так называемой размерной редукции). Однако, как правило, это делается в многообразиях размерностей, больших пяти.

2. Идея Феликса Клейна была возрождена Оскаром Клейном и В. А. Фоком в работах 1926 года, где 5-мерная теория использовалась для описания совершенно иного физического аспекта. Суть работ состояла в следующем. Оказывается, на стандартную теорию относительности (как специальную, так и общую) можно взглянуть как на оптику в 5-мерном пространстве-времени. Для этого квадрат 4-мерного интервала следует представить в форме

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu \;\rightarrow\; g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu - ds^2 \equiv G_{AB}\, dx^A\, dx^B = 0, \tag{4.3}$$

где в качестве пятой координаты, которую теперь будем нумеровать индексом 4, выбран интервал

$$s \equiv x^4 \rightarrow ds = dx^4. \tag{4.4}$$

Эту дополнительную координату также следует считать пространственно-подобной, т. е. данное многообразие имеет сигнатуру $(+---|-)$ и компоненты 5-мерной метрики вида

$$G_{AB} = \left(\begin{array}{c|c} g_{\alpha\beta} & 0 \\ \hline 0 & -1 \end{array}\right). \tag{4.5}$$

3. Метрике 5-оптики (4.3) в импульсном пространстве соответствует выражение

$$m_0^2 = g_{\mu\nu} p^\mu p^\nu \rightarrow g_{\mu\nu} p^\mu p^\nu - (p^4)^2 \equiv G_{AB} p^A p^B = 0, \tag{4.6}$$

где в качестве дополнительной (пятой) компоненты импульса выступает масса покоя m_0 частицы:

$$p^4 = m_0. \tag{4.7}$$

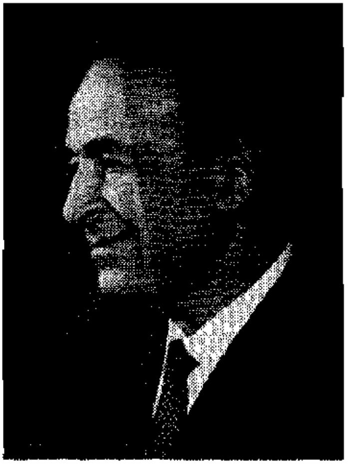


Рис. 4.2. О. Клейн (1894–1977)

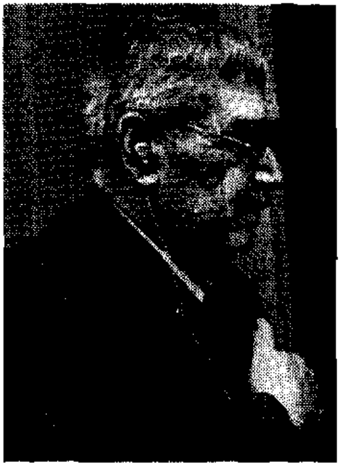


Рис. 4.3. В. А. Фок (1898–1974). Фото автора

4. Оскар Клейн и В. А. Фок обратили внимание на то, что релятивистское обобщение уравнения Шредингера можно представить как оптическое уравнение, описывающее распространение скалярных безмассовых волн в 5-мерном пространстве-времени с метрикой (4.5)

$$G^{AB}\nabla_A\nabla_B\Phi = 0, \tag{4.8}$$

если постулировать, что 5-мерная волновая функция $\Psi(x^4)$ циклическим образом зависит от дополнительной координаты x^4

$$\Phi(x^A) = \varphi(x^\mu)\exp\{i\beta x^4\} \equiv \varphi(x^\mu)\exp\left\{\frac{imcx^4}{\hbar}\right\}. \tag{4.9}$$

Здесь $\varphi(x^\mu)$ — часть волновой функции, зависящая лишь от четырех классических координат. В самом деле, если в (4.8) подставить (4.9), то для функции $\varphi(x^\mu)$ получается хорошо известное 4-мерное уравнение Клейна—Фока[1)]

$$\left[\Box + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right]\varphi(x^\mu) = 0. \tag{4.10}$$

[1)] Работа В. А. Фока «Об инвариантной форме волнового и уравнения движения массивной частицы» (1926 г.) была опубликована раньше аналогичной работы В. Гордона, поэтому записанное ниже уравнение, часто называемое уравнением Клейна—Гордона, правильнее называть уравнением Клейна—Фока или уравнением Клейна—Фока—Гордона. Кроме того, работа Фока имеет более фундаментальный характер.

5. Очевидно, что из 5-мерных «уравнений Эйнштейна» (3.7) при значениях индексов $A, B = 0, 1, 2, 3$ для метрики вида (4.5) получаются 4-мерные уравнения Эйнштейна.

Таким образом, действительно, стандартную 4-мерную ОТО можно переформулировать в 5-мерном виде, где движение частиц происходит по изотропным («световым») геодезическим линиям.

4.3. Идея Румера о геометризации квантовой механики

Излагая развитие 5-мерной теории, нельзя не остановиться на цикле исследований по 5-оптике, проведенных в первой половине 1950-х годов отечественным физиком-теоретиком Ю. Б. Румером. Результаты были суммированы в его монографии «Исследования по 5-оптике» [28], долгое время остававшейся единственной книгой на русском языке, где подробно излагалась 5-мерная теория. Эмоционально и талантливо написанная работа оказала огромное влияние на многих теоретиков, включая и автора данной книги. И сегодня, спустя 50 лет после выхода в свет, данное издание вызывает живой интерес новых поколений исследователей, хотя с тех пор многое уже видится в совсем ином свете, в том числе многое иначе представлялось и самому Ю. Б. Румеру в последние годы жизни.

Сейчас можно сказать, что исследования Румера составили некую боковую ветвь 5-мерной теории, нацеленную не столько на объединение гравитационных и электромагнитных взаимодействий, сколько на совмещение с помощью пятого измерения закономерностей общей теории относительности и квантовой механики. Это была попытка устранить одно из возражений, высказывавшихся по поводу 5-мерия. Для этой цели было привлечено несколько тесно связанных друг с другом идей. Кратко охарактеризуем их.

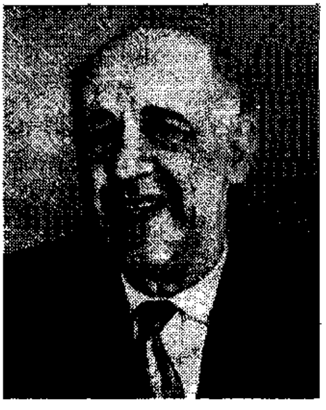


Рис. 4.4. Ю. Б. Румер (1901–1985)

Прежде всего следует подчеркнуть, что теория Румера — это 5-оптика, что отражено и в названии его книги. Это означает дополнительное существенное условие, что в 5-мерном мире должны рассматриваться только светоподобные линии и уравнения. Таким образом, Румер развивал клейновский вариант 5-мерной теории, где дополнительная координата x^4 соответствует классическому действию.

Вторая фундаментальная идея Румера основана на уже упомянутых соображениях Эйнштейна и Бергмана о замкнутости мира по пятой координате с неким периодом T. Напомним, что Эйнштейн и Бергман не дали физической интерпретации периоду T. В разделе 3.5 указана современная интерпретация T, связанная с величиной электрического заряда электрона. Румер же предложил связать циклический (компактифицированный) характер зависимости от дополнительной (5-й) координаты с волновыми закономерностями в квантовой механике. Он писал: «Можно, однако, прийти к представлению о топологически замкнутом 5-мерном пространстве совершенно с „другого конца", независимо от попыток построения единой теории тяготения и электричества. Этот путь ведет к обнаружению возможности приписать пятой координате S *физический смысл действия*, ее периоду b — численную величину постоянной Планка $\hbar$, и приводит к глубокому синтезу геометрических идей, заложенных в общей теории относительности, с идеями квантовой теории. Привычное в современной физике разделение на „макроскопику" и „микроскопику", связанное с величиной постоянной Планка $\hbar$, находит свое геометрическое отображение в понятиях „четырехмерия" и „пятимерия"» [28, с. 8].

Характеризуя суть своего подхода, он подчеркивал: «Было бы, однако, неверным рассматривать пятимерную оптику только как один из вариантов единой теории поля; ее основное содержание заключается скорее в геометризации основных понятий квантовой физики, поскольку в ней квантование обнаруживается как проявление периодической зависимости всех физических полей от пятой координаты действия. Поскольку само „пятимерие" оказывается квантовым эффектом, становятся понятными неудачи всех предшествующих попыток построения пятимерных единых теорий поля на базе одних лишь классических представлений без существенного привлечения квантовых понятий» [28, с. 9].

Резюмируя результаты своих исследований по 5-оптике, Ю. Б. Румер, в частности, выделил следующие положения:

«1. Пятая координата конфигурационного пространства получает отчетливый физический смысл действия. В отношении пятой координаты конфигурационное 5-пространство топологически замкнуто.

2. Вместо условия цилиндричности для метрических потенциалов и условия цикличности для волновых функций все физические величины удовлетворяют единому условию периодичности в 5-й координате действия.
3. Обнаруживается, что период пятой координаты имеет универсальную величину постоянной Планка, которая получает отчетливый геометрический смысл.
4. Квантование движения материальной точки есть проявление периодической зависимости физических величин от координаты действия.
5. Во всякой последовательной классической теории мы обязаны полагать $\hbar \to 0$, т. е. не учитывать периодическую зависимость физических величин от координаты действия. Во всякой последовательной квантовой теории мы обязаны принимать во внимание периодическую зависимость физических величин от координаты действия. Поэтому, с точки зрения 5-оптики, является непоследовательным пренебрегать, как это делает современная квантовая механика, периодической зависимостью составляющих внешнего поля от координаты действия» [28, с. 150–151].

При развитии этой чрезвычайно интересной идеи Румер столкнулся с рядом трудностей, и данное исследование осталось незавершенным.

4.4. Теория Калуцы—Клейна

Одна из причин неудачи Румера состояла в том, что он не удержался от включения в свою программу задачи геометризации электромагнитного взаимодействия. За это ему пришлось заплатить непомерно большую цену. Прежде всего, пришлось отказаться от изложенной в разделе 3.5 интерпретации импульса по пятой координате через электрический заряд и лишиться всех весьма привлекательных формул (3.11) — (3.13). Вместо формулы (3.12) теперь следовало использовать предложенную еще О. Клейном и В. А. Фоком формулу (4.9), т. е. произвести замену

$$\exp\left\{\frac{iec}{2\sqrt{G}\hbar}\right\} \to \exp\left\{\frac{imc}{\hbar}x^4\right\}, \tag{4.11}$$

где от действия S размерности $\hbar$ сделан переход к координате x^4 размерности длины с помощью размерного множителя. Тогда дифференцирование по дополнительной координате определяет не электрический заряд, а массу m частицы. Но в соответствующих формулах электродинамики типа (3.10) перед векторным потенциалом A_α должен стоять именно электрический заряд частицы. Откуда его взять? Чтобы он появился, предлагается другое физическое отождествление компонент метрики

$$G_{5\alpha} = \frac{e}{mc^2} A_\alpha \tag{4.12}$$

вместо ранее указанного в (3.5) $G_{5\alpha} = (2\sqrt{G}/c^2)A_\alpha$.

Но такое решение вопроса означает чрезвычайно серьезное изменение в понимании всей теории. В определение метрики (4.12) вошли характеристики (электрический заряд e и масса m) рассматриваемой частицы. В результате метрика перестала быть универсальной, поскольку для каждой частицы она должна была определяться по-своему.

Отдавая себе отчет в данном шаге, Румер писал: «Это показывает, что 5-пространство 5-оптики не является универсальным пространством общей теории относительности (расширенным на одно дополнительное измерение), а *конфигурационным пространством* для частицы, движение которой мы рассматриваем» [28, с. 27]. Однако задача теории заключается не только в описании движения частиц, но и в нахождении всех полей и метрики пространства-времени, в котором находятся частицы. Но тогда возникает вопрос: с какими же значениями e и m в метрике нужно писать компоненты тензора Римана—Кристоффеля и 5-мерные «уравнения Эйнштейна»?

Для преодоления этой трудности Румером предлагается еще одни волевой прием: наряду с конфигурационными пространствами, определяется еще *универсальное фундаментальное пространство-время*, метрика которого не зависит от характеристик рассматриваемых частиц. Уравнения типа эйнштейновских пишутся и решаются именно в универсальном пространстве-времени. В итоге получается двойная бухгалтерия. В зависимости от характера решаемой задачи: а) для описания движения частиц или б) для нахождения метрики нужно подставлять перед электромагнитным векторным потенциалом либо один, либо другой коэффициент.

В книге Румера много сказано о якобы принципиальных преимуществах такого двойного подхода. Однако построить замкнутой теории на этом пути так и не удалось, хотя идея связи квантовой механики с компактификацией действия является привлекательной.

Делая подобные критические замечания, автор испытывает искреннее сожаление, но такое право предоставил сам Ю. Б. Румер. Так, в своей книге он писал: «Пятимерная оптика дает новое, чисто геометрическое обоснование квантовой механики, и возникающие и связи с этим философские и методологические вопросы требуют тщательного анализа и углубленного изучения. Автор надеется вернуться к этим вопросам в специальной работе» [28, с. 10]. Спустя 15 лет Ю. Б. Румер вернулся к этим вопросам в статье, помещенной в сборнике философских и методологических работ «Пространство, время, движение». В ней он выразил свое разочарование в перспективах дальнейших исследований 5-мерной теории.

Главная причина неудач в развитии теории Румера и других теорий, часто именуемых теориями Калуцы—Клейна, состоит в том, что с помощью одного дополнительного измерения пытались решить две совершенно различные задачи: описание электромагнетизма и введение в теорию масс покоя частиц. С позиций сегодняшнего дня представляется, что каждая из названных задач должна решаться с помощью отдельной размерности, т. е. теория, нацеленная на совместное решение этих двух задач, должна строиться в рамках 6-мерного пространственно-временного многообразия.

4.5. Гипотезы многомерия с двумя и тремя времениподобными координатами

Коснувшись 6-мерных геометрических моделей, упомянем несколько вариантов 6-мерных теорий с двумя и тремя времени-подобными координатами.

1. В работах М. Павшича и Р. Л. Ингрехема рассматривалась 6-мерная теория с сигнатурой $(+---|+-)$, т. е. с двумя времени- подобными размерностями. В основу этого варианта 6-мерия был положен ранее установленный факт, что совокупность из четырех разнородных групп преобразований в 4-мерной теории: 6-параметрической группы Лоренца, 4-параметрической группы трансляций, 4-параметрической группы так называемых специальных конформных преобразований и 1-параметрической группы дилатаций — может быть представлена в виде одной 15-параметрической группы линейных преобразований (типа группы Лоренца) в 6-мерной теории с указанной сигнатурой.

Названные авторы предложили пойти по пути, который привел в начале XX века к построению общей теории относительности. Как известно, после открытия специальной теории относительности с 6-параметрическими преобразованиями Лоренца, Эйнштейном был произведен переход к 4-мерному искривленному пространству-времени ОТО с группой допустимых 4-мерных преобразований (1.13). Аналогичным образом в рамках 6-мерной теории с 15-параметрической группой предлагалось перейти к искривленному пространственно-временному многообразию с группой допустимых преобразований

$$x'^M = x'^M(x^0, x^1, x^2, x^3, x^4, x^5). \qquad (4.13)$$

В ряде работ изучались возможные следствия такой теории и вопрос о необходимых геометрических ограничениях в ней для перехода к известной теории гравитации и электромагнетизма.

2. Другой цикл работ по 6-мерию, основанный на совершенно иных соображениях, был выполнен А. П. Ефремовым. В них исследовалась теория с сигнатурой $(+++|---)$, т. е. рассматривалась геометрия, в которой имеется симметрия между пространственно- и времениподобными измерениями. К этой идее автор пришел на основе исследований возможности построения кватернионной формулировки теории относительности, рассматривая специфический «корень квадратный» из эйнштейновского интервала. Как пишет А. П. Ефремов: «Специфика „квадратного корня“ в том, что он дает не четырехмерный результат, как его исходный „квадрат“, а шестимерный, определяемый особым, — матричным — представлением единиц

Рис. 4.5. А. П. Ефремов (р. 1945)

кватернионной триады. При этом три размерности относятся к физическому пространству, другие три размерности — к фактически параллельному, но „мнимому“ пространству изменения координат геометрического времени. В известном смысле, время (точнее, его изменение) здесь является уже не скаляром, как во всех стандартных физических теориях, а вектором»... «Кватернионная модель — шестимерная, но притом парная; она представлена двумя трехмерными мирами, математически мнимыми один по отношению к другому. В одном — физическом — мире мы живем, второй мир существует параллельно, но мы не можем даже догадываться о нем, поскольку два мира разделены световым барьером» [30, с. 254].

Позволим себе привести еще одну — поэтическую — интерпретацию этой идеи, также принадлежащую ее автору:

Поговорим о времени. Оно
Прозрачной нитью тянется давно,
И мнят умы (а умники подавно),
Что выдано оно на всех одно.

Но физик-теоретик скажет Вам,
Что в нем протест возник интуитивно:
Мол не пристало высшим существам
Природу понимать столь примитивно.

Ты оглянись, он скажет, посмотри:
Пространственных размеров — целых три,
Во времени ж — не раззудись плечом,
Вдоль тонкой линии всю жизнь бредем.

О время, мнимейшая из координат,
Ну на каком масштабе твой собрат
Вдруг явится, умы мешая
И, может быть, причинность нарушая?

Ну почему с упрямым постоянством
Не хочешь ты померяться с пространством?
Давай бороться за свои права!
И пусть однажды вытянутся лица,
Вдруг замечая, что твой миг ветвится,
Но род людской, я верю, убедится
В прекрасной симметрии естества!

Не имея возможности в рамках этой книги остановиться на других идеях, приводящих к многомерному времени, продолжим наш рассказ об истории многомерия.

4.6. Судьба многомерия в XX веке

В конце 20-х – начале 30-х годов XX века проблема построения единой теории поля (гравитации и электромагнетизма) считалась одной из важнейших в теоретической физике. Наряду с вариантами в рамках четырех измерений (Вейля, Эдингтона и др.) многими авторами анализировалась 5-мерная теория. Делались настойчивые попытки преодолеть выявленные в то время «недостатки» первых вариантов. В частности, предлагались иные, по сравнению с изложенными выше, способы обоснования ненаблюдаемости пятой координаты. Значительное внимание уделялось так называемому проективному варианту 5-мерия, предложенному в работах О. Веблена и Б. Гофмана в начале 1930-х годов. Отметим, что в первом издании «Теории поля» Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица начала 1940-х годов содержался отдельный параграф, посвященный 5-мерной теории в проективном варианте. В то время этот вариант 5-мерия привлекал многих исследователей. В его рамках работали крупнейшие математики и физики: И. Схоутен, Ван Данциг, В. Паули и многие другие. Вскоре В. Паули показал, что проективный вариант 5-мерия и вариант теории Калуцы с условием цилиндричности по пятой координате являются эквивалентными. С тех пор выбор одного из них считается делом вкуса. Например, немецкий теоретик Эрнст Шмутцер и другие исследователи в настоящее время продолжают работать в рамках проективного варианта. Все их результаты можно пересчитать на описанную выше теорию Калуцы. Однако это лишь до тех пор, пока не используется условие цикличности (замкнутости) мира по пятой координате.

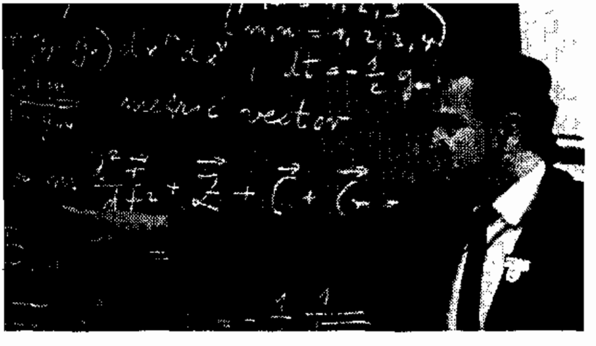


Рис. 4.6. Э. Шмутцер (р. 1930). Фото автора

Рис. 4.7. Н. Калицин (1918–1970). Фото автора

Время шло, а ощутимых результатов от исследований по 5-мерию и вообще по единым теориям поля не было, тогда как в других разделах физики достигались большие успехи. Случилось то, что нередко бывает в обыденной жизни. Когда чего-либо долго ждут и надеются, то через какое-то время нередко возникает чувство раздражения, отрицающего и сам предмет этих надежд. При этом, бывает, «вместе с водой выплескивают и ребенка». Так случилось и с 5-мерной теорией.

Ситуацию с исследованиями по 5-мерию в 1930-е годы описал в своих воспоминаниях известный японский физик Р. Утияма: «Все физики мира, особенно юные гении и талантливая молодежь, ставившие своей целью создание н развитие новой науки, сосредоточили внимание па проблемах квантовой физики. Число интересующихся едиными теориями поля все падало, а в конце концов остались всего две-три научные школы, занимавшиеся проблемами общей теории относительности и единой теорией поля. Ею занимались перевалившие на вторую половину жизни старики, а интересующихся этой темой молодых людей „физическое" общественное мнение третировало как оригиналов со странностями, людей не от мира сего»... «Что бы ни говорили вокруг, а в глубине души я считал себя талантливым, поэтому, разумеется, тоже специализировался на квантовой физике. Но (какое несчастье!) я имел еще интерес к теории относительности и единой теории поля, настолько сильный, что не мог бросить эти занятия. Конечно, заниматься этими вещами открыто, официально означало самому

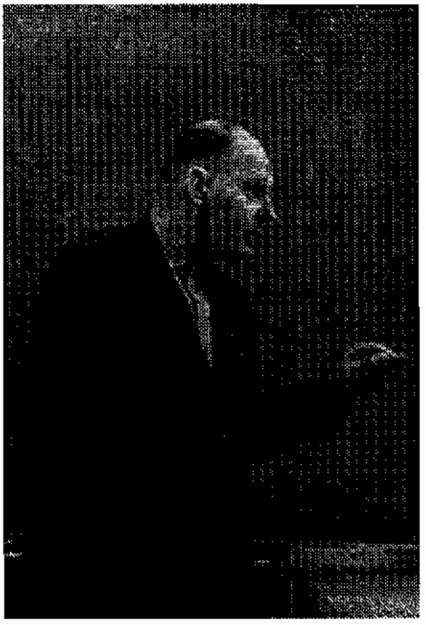


Рис. 4.8. В. И. Родичев (1914–1984). Фото автора

себе наклеить ярлык человека „с приветом“, странного оригинала. В то время я был холост, и подобная репутация очень затруднила бы мне вступление в брак. В таких обстоятельствах невозможно было не хранить в глубокой тайне свое увлечение единой теорией поля» [31, с. 110–111].

Но огонек мысли о многомерии окончательно не угасал. Временами он разгорался то в одном, то в другом месте. Так, в конце 40-х – начале 50-х годов XX века в работах П. Йордана, К. Юста и других возродились исследования скалярного поля (компоненты G_{55}) в 5-мерной теории. Затем в начале 1950-х годов интерес к 5-мерию проявил Ю. Б. Румер. В конце 50-х и в 60-х годах XX века исследования многомерных теорий проводились во Франции в группах А. Лихнеровича, М. Тоннеля, И. Сурио. В работах последнего уже рассматривались зависимости от x^5 всех компонент 5-метрики и волновых функций частиц. С середины 1950-х годов по настоящее время упорно продолжает исследование 5-мерия немецкий теоретик Э. Шмутцер. В нашей стране в 1960-е годы было выполнено несколько серий работ по этой теме Ю. П. Пытьевым в МГУ и В. И. Родичевым (он предлагал описывать электромагнитное поле кручением в 5-мерном пространстве-времени). Следует особо отметить, что уже тогда в работах Н. Калицина и Дж. Подоланского рассматривались также пространственно-временные многообразия размерности, большей пяти.

Автор этой книги вместе с учениками начал исследования по 5-мерным теориям гравитации, электромагнетизма и скалярного поля в начале 1970-х годов, мало что зная о результатах многочисленных предшественников. Многое приходилось переоткрывать заново, вплоть до переложения монадного метода с 4-мерной теории на 5-мерную. Не просто было отстаивать правомерность многомерного геометрического подхода к объединению взаимодействий. Нелегко было и с публикациями таких работ.

Крутой перелом в понимании роли идей Калуцы произошел в начале 1980-х годов. К этому времени были сделаны важные открытия в теории слабых (электрослабых) и сильных взаимодействий. Сложились новые представления о характере и о переносчиках этих взаимодействий. Можно сказать, созрели условия для решения задачи объединения всех видов взаимодействий. Как писал в 1980-е годы в своих воспоминаниях Р. Утияма: «Глядя на современный расцвет этой теории, никак не можешь отделаться от впечатления, что наступила поистине новая эпоха» [31, с. 111].

Раздел II

Три взгляда на природу пространства-времени, размерности и взаимодействий

В первом разделе книги рассмотрена теория классического 4-мерного пространства-времени и его возможные 5-мерные (6-мерные) обобщения на основе идей общей теории относительности. Однако к началу XXI века принципы, заложенные в основу общей теории относительности, оказались исчерпанными. Ряд проблем общей теории относительности, связанных с поиском критериев гравитационных волн и квантованием гравитации, так и не удалось решить, несмотря на все затраченные усилия. Более того, вскрылся ряд новых проблем, особенно в связи с последними астрофизическими данными.

Все это заставляет более внимательно проанализировать основания теории пространства-времени и всей физики в целом. Такой анализ был предпринят в [2]. Он показал, что все физические теории и программы так или иначе опираются на следующие три ключевые физические категории: 1) *пространство-время*, 2) *частицы* (*тела*), *которые помещаются в пространство-время*, *и* 3) *поля переносчиков взаимодействий*, *через которые частицы воздействуют друг на друга*. В школе и в вузовских курсах физики эти категории рассматриваются как самостоятельные. Их характеристики отражены во втором законе Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$, где m соответствует категории частиц (тел), ускорение $\vec{a}$ олицетворяет категорию пространства-времени, а $\vec{F}$ сопоставляется с категорией полей переносчиков взаимодействий. Физические теории, основанные на самостоятельном характере названных трех категорий отнесем к **триалистической физической парадигме**.

Развитие физики в XX веке можно представить как переход от трех названных категорий к двум обобщенным. В простейшем варианте этот переход осуществлялся посредством введения новой обобщенной категории, объединявшей в себе две из названных трех категорий при сохранении оставшейся. В частности, это относится к сути общей теории относительности и 5-мерной теории Калуцы, где отдельные категории плоского пространства-времени и классических полей (гравитационного и электромагнитного) объединены в одну *обобщенную категорию искривленного пространства-времени*.

При этом категория частиц (тел) оставлена прежней и присутствует в правой части уравнений Эйнштейна. Последние, кстати, имеют не трехчленную структуру, как 2-й закон Ньютона, а двучленную: левая часть описывает свойства кривизны пространства-времени, а правая часть — свойства (тензор энергии-импульса) помещенных в него тел (источников). Теории такого типа отнесем к **геометрическому миропониманию** или к **геометрической парадигме** [3].

Имеются три варианта комбинаций из трех категорий по две. Оказывается, все эти возможности представлены в современной теоретической физике. Так, в основе квантовой механики и теории поля лежит такой способ перехода от трех к двум категориям, при котором объединяются категории частиц и полей в новую *обобщенную категорию поля амплитуды вероятности,* помещаемую в классическое пространство-время. Теории такого типа отнесем к **теоретико-полевой парадигме**.

В третьем варианте объединяются категории пространства-времени и частиц. Данный способ соответствует концепции дальнодействия, альтернативной ныне общепринятой концепции близкодействия. Теории такого типа отнесем к **реляционной парадигме** [32].

Представления о пространстве-времени, размерности, полях и частицах существенно отличаются друг от друга в трех названных подходах. Так, пространство-время в теоретико-полевом подходе представляет собой **арену**, на которой строится физика, в экстремальном геометрическом подходе искривленное пространство-время мыслится как **вся физика**, а в реляционном подходе оно заменяется системой **отношений между событиями**, без которых оно не имеет смысла. Аналогичным образом можно говорить о существенном отличии в понимании полей в трех названных миропониманиях (парадигмах), которые следует трактовать как три видения одной и той же реальности под тремя разными углами зрения. На современном этапе развития физики наиболее полное представление об окружающем нас мире можно получить лишь на основе учета *всех трех* названных миропониманий.

В этой части книги охарактеризованы основные идеи и результаты современных исследований в рамках трех названных подходов к физической реальности. При этом подчеркивается, что все они непременно опираются на так или иначе вводимые дополнительные размерности, которые трактуются по-разному.

Глава 5

Пространство-время — это вся физика

Но живут, живут в N измереньях
Вихри воль, циклоны мыслей, те
Кем смешны мы с нашим детским зреньем,
С нашим шагом по одной черте.

В. Брюсов

Общая теория относительности стала первым шагом на пути построения геометрического миропонимания, а 5-мерная теория Калуцы — вторым. Однако эти теории еще не в полной мере решали поставленную еще В. Клиффордом задачу геометризации всей физики. Необходимо было геометризовать и другие два вида физических взаимодействий: слабое (электрослабое) и сильное. Решение этой задачи достигается посредством перехода от пяти к большему числу измерений.

5.1. Возрождение концепции многомерия

История исследований в области многомерия стала поучительным свидетельством того, как разработка принципиально важного направления (в данном случае — в рамках геометрического миропонимания) на долгое время была практически приостановлена. Ниже мы остановимся на аналогичной судьбе исследований в русле другой парадигмы, соответствующей реляционному миропониманию.

В последней четверти XX века идея о многомерности физического пространства-времени опять оказалась в центре внимания физиков-теоретиков всего мира. Этому способствовал ряд обстоятельств. Перечислим наиболее важные из них.

1. В 1970-е годы были получены *новые результаты о природе слабых взаимодействий*. До этого полагалось, что они имеют контактный характер (происходят в одной точке) в отличие от электромагнитного взаимодействия, переносимого векторным полем A_μ. Как уже отмечалось, в конце 1950-х годов была выдвинута идея, что слабые взаимодействия описываются произведением двух токов (из векторной и псевдовекторной частей). Взаимодействие частиц через токи навело на мысль об аналогии с электромагнитным взаимодействием, где между токами имеется поле — векторный переносчик взаимодействия. Вскоре такие векторные поля переносчиков слабых взаимодействий — нейтральные Z-бозоны и заряженные W-бозоны — были найдены.

Аналогия с электромагнитным взаимодействием заставила вспомнить опыт построения 5-мерной геометрической теории, но на основе пространственно-временных многообразий еще более высокой размерности.

2. Примерно в это же время *изменились представления и о сильных взаимодействиях*. На смену идеи Юкавы о переносе сильных взаимодействий скалярными мезонными полями пришли идеи хромодинамики, согласно которым сильные взаимодействия переносятся векторными полями — глюонами. Это означало, что методы построения многомерных геометрических моделей можно применить и к описанию сильных взаимодействий.

3. В 1970-е годы *интерес к многомерию возник также в связи с развитием теории калибровочных полей*, предложенной Янгом и Миллсом. Довольно быстро было осознано, что многомерные геометрические модели типа теории Калуцы можно понимать как геометризацию калибровочных полей. Следовательно, в ряде отношений эти два вида теорий представляют собой два разных языка, описывающих одну и ту же физическую реальность.

Вместе с тем, имеется и существенное различие: геометрические представления всегда рассматривались как более фундаментальные, нежели обычно используемые физиками приемы и конструкции. Математику Манину приписываются слова: «Геометрия — это консервант скоропортящихся физических идей». Начались исследования способов геометризации калибровочных теорий с различными группами внутренних симметрий. Здесь был быстро преодолен барьер ограничений пятью измерениями. Широко стали использоваться многообразия большого числа измерений с различными топологиями.

4. Следующей причиной интереса к идеям многомерия явились *исследования суперсимметричных теорий и теории супергравитации.* В основе этого направления лежит найденная к тому времени группа суперсимметричных преобразований, «перемешивающая» компоненты фермионных и бозонных полей. В такой теории используются величины, зависящие как от четырех классических координат, так и от дополнительных переменных, являющихся элементами алгебры Грассмана. Стало ясно, что данный прием в некотором смысле равносилен увеличению размерности используемого многообразия, где дополнительные размерности имеют неклассический характер. Более того, было выявлено, что решение ряда вопросов теории супергравитации может быть облегчено благодаря использованию геометрических методов и многообразий размерности $n > 4$. В частности, таким образом разрабатывался вариант так называемой максимально расширенной супергравитации ($N = 8$). Оказалось, что максимальное число измерений многообразия, из которого после размерной редукции (перехода к 4-мерию) получается разумная, с позиции феноменологии, теория, равно 11.

5. Имелся и ряд внутренних причин. К 80-м годам *значительно возрос уровень математических средств*, используемых в исследованиях по многомерию. Стали широко применяться групповые методы расщеплений многомерных теорий и их редукций на 4-мерие, использовались более совершенные методы получения решений уравнений Эйнштейна.

Знаменательно, что из названных обстоятельств первые четыре возникли в недрах исследований теоретико-полевого миропонимания, но инициировали интерес к альтернативному геометрическому миропониманию.

5.2. Многомерные геометрические модели физических взаимодействий

Увеличивая размерность искривленного пространства-времени, можно построить геометрические модели, объединяющие эйнштейновскую общую теорию относительности с моделью электрослабых взаимодействий Вайнберга–Салама–Глэшоу (в рамках 7 измерений) и с калибровочной теорией сильных взаимодействий (в рамках 8 измерений) (см. [3]).

В таких теориях многомерный метрический тензор G_{MN} имеет большее число компонент, смешанными компонентами которого

$G_{5\alpha}, G_{6\alpha}, \ldots$ по аналогии с (3.2) можно описывать векторные потенциалы переносчиков соответствующих взаимодействий:

$$G_{MN} = \left(\begin{array}{c|c|c|c} G_{\alpha\beta} & G_{\alpha 5} & G_{\alpha 6} & \cdots \\ \hline G_{5\beta} & G_{55} & G_{56} & \cdots \\ \hline G_{6\beta} & G_{65} & G_{66} & \cdots \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{c|c|c|c} g_{\alpha\beta} & \lambda_{\alpha} & \sigma_{\alpha} & \cdots \\ \hline \lambda_{\beta} & G_{55} & G_{56} & \cdots \\ \hline \sigma_{\beta} & G_{65} & G_{66} & \cdots \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{array}\right), \tag{5.1}$$

где символами λ_α, σ_α, $\cdots$ обозначены векторные потенциалы переносчиков соответствующих взаимодействий.

5.2.1. 7-мерная геометрическая модель грави-электрослабых взаимодействий

Охарактеризуем наиболее существенные черты 7-мерной геометрической модели грави-электрослабых взаимодействий.

1. Для решения данной задачи оказалось необходимым увеличить размерность пространства-времени на три единицы, т. е. *минимальная размерность*, где это возможно сделать, *семь*. Это диктуется двумя факторами.

Во-первых, нужно было описать два типа зарядов, характеризующих электрослабые взаимодействия в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. Напомним, что таковыми являются гиперзаряд Y и проекция изотопического спина T_3. Из них получаются электрические заряды Q в единицах e. Двум зарядам соответствуют две константы взаимодействий g_1 и g_2, из которых получаются значение e и другие заряды. Уже 5-мерная теория Калуцы показала, что в многомерной теории заряды с точностью до коэффициента имеют смысл импульсов по дополнительным координатам. Это обусловило использование двух дополнительных размерностей. Обозначим соответствующие им две координаты посредством x^5 и x^6.

Во-вторых, необходимо описать массы частиц. Масса выступает как еще один — гравитационный — заряд, и ее предлагается ввести так, как это делалось в 5-мерной теории в варианте О. Клейна и В. А. Фока. Итого, получаются 3 дополнительные размерности.

2. В 7-мерной геометрической модели в качестве исходных выражений выбираются не многомерные уравнения Эйнштейна, а так называемая *гиперплотность лагранжиана*

$$\widetilde{\mathcal{L}} = \frac{\sqrt{G^{(7)}}}{2}\left[-\frac{1}{\varkappa c}R^{(7)} + i(\hbar c)\overline{\Psi}\Gamma^M\nabla_M\Psi + (h.c.)\right], \qquad (5.2)$$

составленная из геометрической части (плотности 7-мерной скалярной кривизны $R^{(7)}$) и вклада внешней спинорной материи (физической части — от спинорных частиц, описываемых обобщенными волновыми функциями Ψ). Здесь вместо частных или удлиненных производных, стоящих в аналогичных формулах теоретико-полевого видения мира, стоит геометрическая (ковариантная) производная, обозначенная символом набла. Кроме того, здесь вместо 4-мерных (4-компонентных) матриц Дирака γ_μ введены 7-мерные (8-компонентные) матрицы Γ_M. Под корнем стоит определитель 7-мерного метрического тензора $G^{(7)}$. Этот путь развития геометрической теории соответствует способу, которым в свое время Д. Гильберт пришел к уравнениям Эйнштейна.

3. Для превращения многомерных геометрических величин и выражений, входящих в (5.2) и в прочие соотношения, необходимо перейти к привычным 4-мерным понятиям общей теории относительности и стандартной модели Вайнберга–Салама–Глэшоу. Для этого нужно использовать методику описания обобщенных «систем отсчета», позволяющую осуществить процедуру $(1+1+1+4)$-расщепления исходного 7-мерного многообразия, что делается с помощью уже не монадного, а *триадного метода*, представляющего собой трехкратное применение монадного метода. При этом компоненты 7-мерного метрического тензора представляются в виде, обобщающем (3.1):

$$G_{MN} = g_{MN} - \xi_M\xi_N - \lambda_M\lambda_N - \sigma_M\sigma_N, \qquad (5.3)$$

где три 7-мерных вектора триады ξ_M, λ_M, σ_M характеризуют три дополнительные пространственно-подобные направления, ортогональные классическому 4-мерному пространственно-временному сечению с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$.

В такой теории, как и в случае монадного метода в 5-мерии, используются лишь величины, спроецированные на направления триады или на 4-мерное пространство-время. 7-мерная скалярная кривизна в (5.2) расщепляется на 4-мерную скалярную кривизну, описывающую гравитацию, и на дополнительные слагаемые, содержащие три 7-мерные вектора триады из (5.3), которые соответствуют лагранжиану векторных полей переносчиков взаимодействий в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу.

4. В 7-мерной теории возникает принципиально новый момент по сравнению с общей теорией относительности и 5-мерной теорией Калуцы: необходимо ввести зависимость компонент 7-мерной метрики от дополнительных координат (нарушение условий цилиндричности) и допустить комплексность некоторых компонент метрики. Последнее обусловлено тем, что в этой теории через дополнительные компоненты метрики описываются также заряженные векторные $W^{\pm}$-бозоны (и заряженные хиггсовские скалярные бозоны). Смешанные компоненты метрики, точнее, векторы триады в (5.3), описывающие эти поля, согласно общему правилу многомерия, должны зависеть от дополнительных координат. Напомним, что в стандартной квантовой механике заряженные поля также описываются комплексными волновыми функциями. Ничего подобного не было ни в общей теории относительности, ни в 5-мерных теориях Калуцы и Клейна, так как в них взаимодействие переносится нейтральными бозонами.

5. Дополнительные размерности необходимо положить существенно отличающимися от классических, так как, в соответствии с представлениями многомерных геометрических теорий, они должны быть *компактифицированными*, т. е. замкнутыми с очень малым периодом. В обсуждаемой здесь 7-мерной модели используется простейшая топология 3-тора. На практике это означает циклическую (экспоненциальную с мнимым показателем) зависимость величин от дополнительных координат в виде:

$$\Psi = \psi(x^{\mu}) \exp\left\{i\beta x^4 + i\alpha(\varepsilon_5 x^5 + \varepsilon_6 x^6)\right\}, \tag{5.4}$$

где $\psi(x^{\mu})$ — функции как геометрических, так и вводимых в геометрию извне полей, зависящие лишь от классических координат, α и β — малые параметры размерности [см^{-1}], характеризующие периоды компактификации по дополнительным размерностям, ε_5, ε_6 — безразмерные параметры, определяющие два квантованных заряда.

6. Анализ показал, что 5-ю координату можно связать со взаимодействием с полем B_{μ} в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу, тогда нужно ε_5 отождествить с гиперзарядом Y, а 6-ю координату можно связать со взаимодействием с триплетом полей $A(\alpha)_{\mu}$, тогда второй безразмерный параметр ε_6 должен быть отождествлен с удвоенной проекцией изотопического спина:

$$\varepsilon_5 = Y; \qquad \varepsilon_6 = 2T_3. \tag{5.5}$$

В этом случае имеет место простая формула для значений электрического заряда Q в единицах e

$$Q = \frac{1}{2}Y + T_3 = \frac{1}{2}(\varepsilon_5 + \varepsilon_6). \tag{5.6}$$

Эта формула обобщает $\varepsilon_5 = Q$ в 5-мерной теории Калуцы и соответствует формуле $Q = Y/2 + T_3$ в модели Вайнберга—Салама—Глэшоу.

7. Поскольку в классической модели Вайнберга—Салама—Глэшоу электрослабые взаимодействия переносятся четырьмя промежуточными векторными полями: B_μ и триплетом $A(s)_\mu$, где $s = 1, 2, 3$, то, действуя по общим правилам введения геометрических полей в теории Калуцы (через столбцы дополнительных компонент метрики), следовало бы ожидать необходимость не трех, а четырех дополнительных размерностей. Однако в данном случае можно обойтись названными тремя размерностями (если бы не решать проблему описания масс, то хватило бы и двух дополнительных размерностей).

Понижение размерности достигается тем, что компоненты трех векторов триады в (5.3) фактически разлагаются по гармоникам зависимостей от дополнительных координат, при которых в качестве коэффициентов выступают физические векторные поля модели Вайнберга—Салама—Глэшоу, например,

$$\begin{aligned}\lambda_\mu = b_5 B_\mu + a_5 A(3)_\mu + w_5^+ W_\mu^+ \exp\{2i\alpha x^6\} +\\ + w_5^- W_\mu^- \exp\{-2i\alpha x^6\},\end{aligned} \tag{5.7}$$

где присутствующие здесь константы b_s, a_s, $w_s^\pm$ находятся из условий соответствия геометрической теории с известной моделью Вайнберга—Салама—Глэшоу.

8. Имеется связь между размерностью и сигнатурой пространственно-временного многообразия, с одной стороны, и характером и числом компонент спиноров (в традиционном их понимании с позиций алгебр Клиффорда над полем вещественных чисел), определяемых в этом многообразии, с другой. В частности, в 7-мерном пространстве с рассматриваемой сигнатурой *спиноры должны иметь*

8 *комплексных компонент*. В обсуждаемой здесь теории этот 8-компонентный спинор расщепляется на пару общепринятых 4-компонентных спиноров, описывающих электроны и нейтрино.

9. Слагаемые, описывающие взаимодействие фермионных полей с бозонными (физическими) полями, в геометрической модели получаются из ковариантных производных в (5.2). В триадном методе расщепления из них выделяются так называемые триадные 4-мерные производные (триадный оператор дифференцирования), соответствующие «удлиненным» производным в модели электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама—Глэшоу. Напомним, что аналогичным образом в 5-мерной теории Калуцы выделяется электромагнитная «удлиненная» производная.

10. Окончательное выражение для плотности 4-мерного лагранжиана грави-электрослабых взаимодействий можно получить из 7-мерной гиперплотности лагранжиана (5.2) посредством усреднения по малым периодам зависимостей от дополнительных координат, использованного уже в теориях Калуцы и Клейна. После интегрирования гиперплотности лагранжиана по dx^4, dx^5 и dx^6 все экспоненциальные слагаемые, не сократившиеся при умножении составляющих слагаемых, исчезают и получается выражение, зависящее лишь от 4 классических координат, которое и сравнивается с соответствующими плотностями из модели Вайнберга—Салама—Глэшоу. Этот прием соответствует операциям интегрирования по грассмановым переменным в суперсимметричных теориях теоретико-полевого видения мира.

Отождествление геометрических и физических выражений позволяет конкретизировать значения коэффициентов, введенных в (5.7). На основе изложенных выше и некоторых других, более частных, идей и приемов удается достичь согласия геометрического и теоретико-полевого подходов к описанию электрослабых взаимодействий элементарных частиц. При этом геометрическую интерпретацию получают такие известные свойства модели Вайнберга—Салама—Глэшоу, как неабелевость калибровочных полей, нелинейность и другие. Конечно, в такой теории автоматически содержится общая теория относительности.

5.2.2. 8-мерная модель грави-сильных взаимодействий

Задачи, решаемые при построении геометрической модели грави-сильных взаимодействий, аналогичны тем, что возникают в 7-мерной модели грави-электрослабых взаимодействий. Так, в качестве наиболее существенных выдвигались следующие задачи:

1) описать геометрическими методами три типа цветовых зарядов хромодинамики;
2) исходя из того что в хромодинамике сильные взаимодействия переносятся 8 типами глюонов, найти геометрический образ этих физических векторных полей в многомерной геометрической модели;
3) учитывая, что калибровочная группа $SU(3)$ приводит к существенно нелинейным выражениям в бозонном секторе лагранжиана теории, показать, что все эти нелинейные слагаемые можно описать в рамках многомерной геометрической модели типа теории Калуцы—Клейна;
4) описать в 8-мерной модели взаимодействие фермионов с глюонами в согласии с фермионным сектором хромодинамики.

Для решения перечисленных задач были использованы следующие идеи и методы:

1. Размерности 7 недостаточно для решения данных задач. Необходимо использовать 8-мерную геометрическую модель с сигнатурой $(+---|----)$. Главным доводом в пользу трех дополнительных размерностей (к четырем классическим плюс координата x^4) явилась необходимость описания трех цветовых зарядов (для решения первой из перечисленных задач). Известно, что в теориях Калуцы—Клейна заряды соответствуют дополнительным компонентам импульсов. Три заряда — три новые размерности (импульса). Обозначим новые дополнительные координаты индексами x^7, x^8, x^9, имея ввиду, что все предыдущие номера уже были заняты для описания классического 4-мерного пространства-времени, массового вклада и электрослабых взаимодействий.

2. В согласии с общим правилом, дополнительные размерности рассматриваются как компактифицированные. Опять предлагается использовать топологию 4-тора. Это означает, что все поля, обладающие цветовыми зарядами, должны циклическим образом зависеть от дополнительных координат. Для описания трех цветовых состояний кварков $q_{(j)}$ используется их зависимость от дополнительных координат:

$$q_{(1)} \sim \exp\{i\gamma x^7\}; \quad q_{(2)} \sim \exp\{i\gamma x^8\}; \quad q_{(3)} \sim \exp\{i\gamma x^9\}, \tag{5.8}$$

где γ — некая новая константа, определяющая период компактификации дополнительных размерностей, характеризующих сильные взаимодействия. Из-за симметрии в хромодинамике всех трех цветовых зарядов радиусы компактификации трех измерений взяты одинаковыми.

3. Семи измерений недостаточно для построения одновременно как бозонного, так и фермионного секторов теории, соответствующих хромодинамике. Восьмое измерение (с координатой x^4 клейновского типа) оказалось необходимым не только для описания массовых слагаемых фермионных полей, но и для согласования фермионного и бозонного секторов модели. Это новый элемент теории, не проявлявшийся в 7-мерной модели грави-электрослабых взаимодействий.

4. Восемь глюонов описываются компонентами многомерной метрики аналогично тому, как это делалось в 7-мерной модели грави-электрослабых взаимодействий. Напомним, что из 8 глюонов два являются нейтральными по цветовым зарядам, а шесть — заряженными. В согласии с определенной в (5.8) зависимостью кварков от дополнительных координат, три пары заряженных (цветовым образом) глюонов должны иметь следующие зависимости:

$$\begin{aligned} X_\mu^{\pm} &\sim \exp\left\{\mp i\gamma(x^7 - x^8)\right\}; \\ Y_\mu^{\pm} &\sim \exp\left\{\mp i\gamma(x^7 - x^9)\right\}; \\ Z_\mu^{\pm} &\sim \exp\left\{\mp i\gamma(x^8 - x^9)\right\}. \end{aligned} \tag{5.9}$$

5. В стандартном понимании спиноров (на основе алгебр Клиффорда над полем вещественных чисел) имеется жесткая связь между размерностью, сигнатурой многообразия и числом компонент спиноров. Для размерностей 4 и 5 спиноры являются 4-компонентными, для размерностей 6 и 7 — спиноры 8-компонентные, а для размерности 8 они оказываются 16-компонентными.

6. В согласии с духом общей теории относительности и многомерных теорий Калуцы—Клейна в качестве ключевого (базового) выражения модели выбирается 8-*мерная гиперплотность лагранжиана* вида (5.2), слагающаяся из геометрической части (плотности скалярной кривизны $R^{(8)}$) и внешней к геометрии спинорной материи.

7. Как и в предыдущих многомерных геометрических моделях физических взаимодействий, в данном случае используется обоб-

щение монадного метода редукции на 4-мерие. Теперь это будет тетрадный метод $(1+1+1+1+4)$-расщепления.

8. Для получения окончательных формул используется метод усреднения (интегрирования) исходных 8-мерных выражений по дополнительным координатам. В итоге опять остаются лишь величины, зависящие от четырех классических координат.

Показано, что в рамках 8-мерной модели получается строгое соответствие геометрических выражений с теми, которые вводятся на основе калибровочного подхода к сильным взаимодействиям в теоретико-полевом видении мира.

5.3. Объединение гравитационных, сильных и электрослабых взаимодействий

Далее в рамках геометрического подхода, как и в теоретико-полевом миропонимании, встает задача построения единой теории грави-электрослабых и сильных взаимодействий. Самый очевидный вариант состоит в объединении охарактеризованных выше 7- и 8-мерных моделей в рамках 10-мерной геометрической теории, где 4 координаты классические, 1 координата массовая (клейновского типа), 2 координаты используются для описания зарядов электрослабых взаимодействий и 3 координаты — для описания трех цветовых зарядов хромодинамики $(4+1+2+3=10)$. В таком варианте объединения 10-мерное искривленное пространственно-временное многообразие при должном способе расщепления обеспечит нужные слагаемые для всех четырех фундаментальных взаимодействий.

Однако этот вариант синтеза имеет характер простого механического объединения, не приводящего к вскрытию более глубоких свойств фундаментальных взаимодействий. Такая теория, можно сказать, соответствует духу птолемеевского описания движения планет и звезд, только теперь вместо циклов выступают геометрические размерности.

Более интересным представляется иной путь, основанный на рассмотрении единого объекта в рамках меньшего числа измерений, который при разных условиях может проявляться в виде полей, описывающих либо сильные, либо электрослабые взаимодействия. Тогда различные виды взаимодействий элементарных частиц можно рассматривать как проявления единой сущности в разных формах.

В качестве прообраза всех известных взаимодействий, предлагается рассматривать 8-мерное риманово многообразие с сигнатурой $(+---|----)$, подвергнутое процедуре тетрадного $(4+1+$ $+1+1+1)$-расщепления. На исходном этапе четыре вектора тетрады являются чем-то общим, не интерпретируемым ни через глюоны, ни через промежуточные векторные бозоны модели Вайнберга–Салама—Глэшоу. Но затем эти векторы тетрады при определенных условиях оказываются представимыми либо через глюонные поля хромодинамики, либо в виде промежуточных векторных полей модели электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама—Глэшоу.

Процедура получения сильных взаимодействий в 8-мерной модели описана выше, а переход от 8-мерной геометрической модели к электрослабым взаимодействиям в данном подходе осуществляется путем понижения размерности многообразия до семи. В наших работах (см. [3]) показано, что таким путем получается 7-мерная теория грави-электрослабых взаимодействий кварков. Поскольку понижение размерности до семи можно сделать тремя способами (координата x^4 при этом не затрагивается, как описывающая массовые вклады), то эти возможности предлагается интерпретировать как *проявления трех поколений элементарных частиц*.

Таким образом, данный подход в рамках геометрических моделей восьми измерений позволяет не только указать глубинную связь электрослабых и сильных взаимодействий, но и обосновать наличие именно трех поколений элементарных частиц.

5.4. Выводы из исследований многомерия

Из изложенного в этом разделе можно сделать следующие выводы.

1. К концу XX века проблема геометризации фундаментальных физических взаимодействий заняла достойное место в мировых исследованиях, и в настоящее время есть все основания полагать, что в принципиальном плане эта проблема уже решена. Для иллюстрации основного содержания этого раздела обратимся к диаграмме на рис. 5.1, где вдоль вертикальной оси отложены размерности геометрической теории (модели), а на горизонтальной оси — геометризуемые поля: электромагнитное A_μ, поля слабых взаимодействий Z_μ, $W^{\pm}_\mu$, переносчики сильных взаимодействий — глюонные поля A_N. Диаграмма имеет вид нескольких вложенных друг в друга разновеликих квадратов. Малый квадрат соответствует 4-мер-

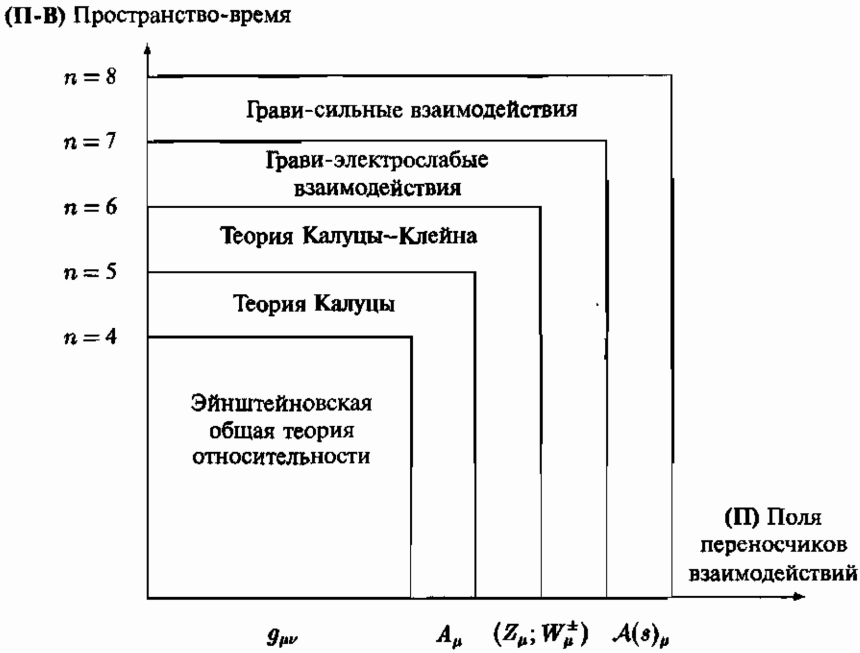


Рис. 5.1. Размерность пространства-времени и геометризация физических взаимодействий

ной общей теории относительности, геометризующей гравитацию; следующий за ним квадрат — 5-мерной геометрической модели гравитационных и электромагнитных взаимодействий Калуцы и, наконец, последний квадрат — геометрическим моделям грави-электрослабых и грави-сильных взаимодействий 8 измерений.

2. Дополнительная размерность x^4, вводимая для геометрического описания масс покоя элементарных частиц, качественно отличается от других дополнительных размерностей, описывающих известные виды фундаментальных физических взаимодействий. Именно использование этой размерности позволяет с полным основанием назвать данные модели *теориями Калуцы—Клейна*.

Особо следует подчеркнуть проявление чрезвычайно любопытной симметрии между четырьмя классическими и четырьмя дополнительными размерностями. Эта симметрия касается не только равенства чисел 4 классических и 4 скрытых размерностей, но и выделенности в каждом из этих наборов по одной размерности. В классических координатах это времени-подобная размерность x^0, а в дополнительных — это клейновская координата x^4. Данная симметрия простирается даже до понятия сигнатуры. Хотя исходная координата x^4 пространственно-подобна, но за счет конформного фактора в ряде аспектов эта координата проявляется как времени-подобная.

3. ***В геометрическом видении мира открывается новый путь объединения сильных и электрослабых взаимодействий***, исходя из геометрической теории 8 измерений, где сильные взаимодействия можно понимать как проявление частного случая 8-мерной теории, тогда как электрослабые взаимодействия получаются из исходной модели при понижении размерности путем склейки пар из трех дополнительных координат.

4. В рамках многомерного геометрического подхода решается проблема теоретического обоснования трех поколений элементарных частиц. ***Три поколения частиц обусловлены тремя разными способами понижения размерности с восьми до семи измерений путем склейки двух из трех дополнительных размерностей.***

5. В многомерных геометрических моделях заряды (электрический и другие) имеют смысл дополнительных компонент импульсов частиц. Дополнительные координаты исключаются из теории усреднениями (интегрированиями) по периодам компактификации этих размерностей. Исходя из этого, можно высказать гипотезу, что ***многомерность и соответствующие многомерные симметрии имеют место лишь для импульсного, но не координатного пространства.*** Компактификацию дополнительных размерностей можно понимать как математический прием, позволяющий построить теорию с другого конца, исходя из (первично заданного) многомерного координатного (а не импульсного) пространства.

6. Опыт построения многомерных геометрических теорий свидетельствует о ***бесперспективности попыток обоснования компактификации дополнительных размерностей в рамках классического геометрического подхода*** (видения мира). В исследованиях подобного рода исходят из ничем не оправданной посылки о первичности некомпактифицированных координатных размерностей и пытаются объяснить их компактификацию. Более перспективен другой ход рассуждений — исходя из импульсного представления теории (первично компактифицированных координатных размерностей), пытаться обосновать появление четырех классических некомпактифицированных координатных размерностей.

7. С точки зрения изложенного здесь подхода, *следует усомниться в физической обоснованности вариационных принципов в многомерных геометрических моделях до проведения процедуры 4-мерной редукции*, а следовательно, и в правомерности использования многомерных уравнений Эйнштейна. Строго говоря, вариационные методы можно применять, когда введено классическое координатное пространство-время. А как показано выше, для дополнительных размерностей имеют смысл лишь компоненты импульсов и нет аналога координатного пространства-времени. Последнее можно ввести только для четырех классических размерностей.

8. Многомерные геометрические модели типа теории Калуцы—Клейна, несомненно, отражают свойства реального мира, но исследователей, как правило, не покидает мысль, что *эти модели представляют собой лишь вершину айсберга*. Его подводная часть оказывается скрытой для всех, кто ограничивается рамками лишь геометрического подхода.

В связи с этим хотелось бы еще раз привести следующий фрагмент из статьи Т. Калуцы: «нелегко примириться с мыслью, что все эти соотношения, которые вряд ли можно превзойти по достигнутой в них *степени формального единства*, — всего лишь капризная игра обманчивой случайности». Эти слова, сказанные о 5-мерии, справедливы и для теории большей размерности.

5.5. Нерешенные проблемы геометрического подхода и гипотеза предгеометрии

В рамках геометрического подхода к описанию физического мироздания вскрылся ряд трудностей.

1. Прежде всего следует отметить, что программа геометризации физики, выдвинутая В. Клиффордом и подхваченная А. Эйнштейном, Дж. Уилером и другими авторами, нацелена на геометризацию всех используемых понятий, тогда как в изложенной объединенной геометрической теории геометризуются лишь бозонные (векторные) поля переносчиков взаимодействий. Эйнштейн же пытался геометризовать и источники полей, соответствующие электронам, протонам и другим элементарным частицам. Однако этого

сделать так и не удалось, поскольку в описанных теориях использовались исключительно классические геометрические средства (тензорные величины), которые недостаточны для описания спинорных частиц. Эта проблема возникла как в многомерных геометрических моделях, так и в 4-мерной геометродинамике Дж. Уилера.

2. Иллюзорными оказались надежды Эйнштейна и других теоретиков на возможность геометрического обоснования квантовой теории. Об этом В. Гейзенберг писал: «Однако он (А. Эйнштейн. — *Ю. В.*) переоценил возможности геометрической точки зрения. Гранулярная структура материи является следствием квантовой теории, а не геометрии; квантовая же теория касается очень фундаментального свойства нашего описания Природы, которое не содержалось в эйнштейновской геометризации силовых полей» [33, с. 87].

3. Классический геометрический подход не позволяет обосновать ряд ключевых свойств классического пространства-времени, таких как размерность, сигнатура, квадратичный характер метрики и т. д. В этой парадигме данные свойства постулируются вместе *с априорным характером самого пространства-времени*. Внутри геометрической парадигмы подобные вопросы вряд ли возможно решить.

Проведенные исследования в рамках геометрического подхода продемонстрировали, что решение этих проблем имеет более глубокий характер, чем это ожидалось. Названные и ряд других факторов заставили искать путь к единой теории на основе неких более абстрактных геометрических конструкций. Дж. Уилер для них предложил название предгеометрии. А физик-теоретик Х. Терезава писал: «Мне кажется, что во всяком случае предгеометрия является многообещающей теорией, новым направлением в физике (или в философии, но не метафизике), в которой некоторые основополагающие „священные" догмы теоретической физики, такие как 4-мерность пространства-времени, инвариантность при общих преобразованиях координат, микропричинность, принцип суперпозиции и т. п., не постулируются, а могут быть выведены и обоснованы» (цит. по [34, с. 193]). Однако приемлемого варианта предгеометрии предложено не было.

Более того, рядом авторов была высказана мысль, что гравитационное взаимодействие, по образу и подобию которого пытались строить теорию иных взаимодействий, не является самостоятельным видом взаимодействий, а имеет индуцированную природу, обусловленную другими взаимодействиями.

Рис. 5.2. А. Д. Сахаров (1921–1989). Фото автора

К этой позиции следует более внимательно отнестись. Приведем ряд высказываний по этому вопросу. Так, С. Л. Адлер поставил вопрос: «...является ли эйнштейновская теория фундаментальной или она всего лишь некая эффективная теория поля, описывающая длинноволновый предел (т. е. область низких энергий) более общей теории, выглядящей совершенно иначе в малых масштабах? (...) В интересной статье, опубликованной в 1967 году (до того, как была понята суть взаимодействия Ферми), Андрей Сахаров высказал предположение о том, что гравитационное взаимодействие не является фундаментальным, и указал способ получения действия Эйнштейна—Гильберта в низкоэнергетическом пределе. Он исходил из того, что суть гравитации не в существовании кривизны пространства-времени, а в наличии большой „метрической упругости", противодействующей сильному искривлению пространства-времени, за исключением мест, где сконцентрировано много вещества» (цит. по [34, с. 187]).

Сам А. Д. Сахаров, в частности, отмечал: «По моей идее фундаментальный вид уравнений теории тяготения (т. е. общей теории относительности), а также численная величина гравитационной постоянной — должны следовать из теории элементарных частиц „сами собой", без каких-либо специальных гипотез. Зельдович встретил мою идею с восторгом и вскоре сам написал работу, ею инициированную. Я назвал свою теорию „теорией нулевого лагранжиана". Это название связано с тем, что теоретикам часто удобно иметь дело не с энергией и давлением, а со связанной с ними другой величиной — так называемой функцией Лагранжа; это разность кинетической и потенциальной энергий (на квантовом языке — с лагранжианом). В части своих работ я пользовался этим аппаратом. Для наглядного изображения своей идеи я придумал образный термин — „метрическая упругость вакуума". (...) Потом я узнал, что у меня были предшественники в этого рода идеях (у меня нет под рукой ссылок, — кажется один из них — Паркер), а также были авторы, которые независимо пришли к близким идеям (среди них — О. Клейн)... Дальнейшее развитие идеи „индуцированной гравитации“ получили в работах Хидецуми Теразава и, в последнее время, в работах Стивена Адлера и Д. Амати и Г. Вenициано. Я также не раз возвращался к ним» [34, с. 180–181].

Приведем высказывания других авторов. Названный А. Д. Сахаровым Х. Теразава писал: «В 1967 году Сахаров выдвинул идею, явившуюся новым словом в теории гравитации. Следуя Уилеру, назовем этот подход „предгеометрией“. В предгеометрии гравитация возникает в результате квантования полей материи, тогда как *общая теория относительности* Эйнштейна является эффективной теорией в длинноволновом пределе. (...) Истинное значение предгеометрии возможно даже глубже, чем первоначально представлял Сахаров. В каком-то смысле на важность такого рода концепции указывал еще Уилер в середине шестидесятых годов» [34, с. 191–193].

Видимо, Теразава имел в виду следующие высказывания Дж. Уилера: «Новая перспектива, открывающаяся перед предгеометрией, связана с новым подходом к оценке общей теории относительности. (...) В двух словах это означает, что гравитация для физики элементарных частиц — то же, что упругость — для атомной физики. Энергия упругой деформации есть не что иное, как энергия, запасенная в связях между атомами при деформации. Энергия, затрачиваемая на искривление пространства, есть не что иное, как возмущение вакуумной энергии полей и частиц, вызываемое этой кривизной» [35, с. 474].

Цитирование высказываний подобного рода можно было бы продолжить и далее. Их основная мысль в том, что гравитация имеет *индуцированный*, производный характер, а не является первичной сущностью, как это постулируется в общей теории относительности Эйнштейна.

Однако в позициях процитированных авторов имеются существенные различия в путях реализации данной идеи. Уилер и вслед за ним Теразава предлагают развивать предгеометрию. Как считает последний, этот подход приводит к составной модели, «в которой не только кварки и лептоны, но и также хиггсовские скаляры, калибровочные бозоны и даже гравитон состоят из более фундаментальных частиц — субкварков». У Сахарова и Адлера гравитация обусловлена флуктуациями вакуума элементарных частиц (фермионов). Имеются и другие предложения по реализации высказанной Сахаровым идеи.

В бинарной геометрофизике, рассматриваемой ниже, предлагается иной путь осмысления соотношения гравитации и квантовой теории, однако уже не в рамках теоретико-полевого или геометрического миропониманий, а на основе третьего, — реляционного миропонимания. Следует сразу же подчеркнуть, что в последнем подходе гравитация также имеет индуцированный характер, однако это реализуется принципиально иным образом.

Глава 6

Пространство-время как арена для физики

Когда, отдавши дань бозонам,
Мы обратимся к фермионам,
Узрим, клянусь самим Ньютоном,
Ключ к тайнам мира в шаге оном![1)]

В основу теоретико-полевого подхода, как уже отмечалось, положен переход от двух физических категорий частиц и полей переносчиков взаимодействий к новой обобщенной категории поля амплитуды вероятности, которая определяется в классическом (плоском или искривленном) пространстве-времени. В итоге получается дуалистическая (на двух началах) картина мира. Поэтому при изложении теории поля (классического или квантованного вариантов) главное внимание как правило обращается на общие моменты такой теории с оговоркой, что поля могут обладать разными трансформационными свойствами, т. е. быть скалярными, тензорными различного ранга (бозонными) или спинорными (фермионными). Однако за характером полей (бозонным или фермионным) кроются более существенные свойства, также связанные с размерностью обобщенного пространства-времени (суперпространства).

6.1. Калибровочный подход к описанию взаимодействий

В последней трети XX века в рамках теоретико-полевого миропонимания проявилось существенное различие в описании фермионных полей и бозонных полей переносчиков взаимодействий.

[1)] Этот эпиграф еще в большей мере относится к главе 8, где также ключевую роль играют фермионные частицы.

Последние было принято вводить не произвольно, как это делалось раньше, а посредством постулирования неких внутренних симметрий у фермионных полей (частиц), точнее, посредством введения пространства их внутренних симметрий. В таком подходе бозонные поля переносчиков взаимодействий, названные *калибровочными*, выступают как проявления пространств внутренних симметрий. Это обстоятельство можно трактовать как своеобразное обобщение классического 4-мерного пространства-времени в сторону увеличения его размерности в виде пространства внутренних симметрий. При этом принципиально важно, что пространство внутренних симметрий связано с классическим координатным пространством-временем.

1. Продемонстрируем, как калибровочная методика реализуется при описании **электромагнитных взаимодействий**. В квантовой теории поля, как известно, наблюдаемые величины (вероятность обнаружения частиц, значения импульса, момента импульса и т. д.) строятся из квадратичных комбинаций вида $\overset{*}{\psi} D\psi$, где ψ — комплексная волновая функция, D — соответствующий оператор наблюдаемой величины. Для всех таких квадратичных комбинаций имеет место симметрия относительно преобразований волновой функции

$$\psi \to \psi' = \psi e^{i\alpha e/(\hbar c)}; \quad \overset{*}{\psi} \to \overset{*}{\psi}{}' = \overset{*}{\psi} e^{-i\alpha e/(\hbar c)}, \tag{6.1}$$

где e — следует понимать как электрический заряд частицы, комбинация констант $\hbar c$ введена в соответствии с принятой традицией. Очевидно, что в записанных квадратичных алгебраических комбинациях экспоненты сокращаются. Поскольку можно определить результат двух преобразованиях вида (6.1), ввести единичное и обратное преобразования, то можно утверждать, что они образуют группу, характеризуемую одним параметром α. Эта группа является циклической группой или группой $U(1)$. Инвариантность квадратичных комбинаций при преобразованиях (6.1) *с постоянными* α означает наличие *глобальной* $U(1)$-симметрии.

2. Появление взаимодействия в данном подходе ассоциируется с нарушением глобальной групповой симметрии. Применяется прием, называемый *локализацией группы*, состоящий в том, что параметр α полагается зависящим от координат 4-мерного пространства-времени. Это оказывается принципиально важным, если оператор D в квадратичной комбинации содержит в себе дифференцирование по координатам.

Поясним это на примере оператора импульса, когда $D \sim \partial/\partial x^\mu$. Тогда при преобразованиях (6.1) имеем

$$\overset{*}{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x^\mu} \to \overset{*}{\psi}{}'\frac{\partial\psi'}{\partial x^\mu} = \overset{*}{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x^\mu} + \frac{ie}{\hbar c}\frac{\partial\alpha}{\partial x^\mu}\overset{*}{\psi}\psi, \tag{6.2}$$

где дополнительное слагаемое возникло из дифференцирования экспоненты. Оно нарушает инвариантность (6.2) относительно преобразования (6.1).

Для восстановления инвариантности предлагается, во-первых, изменить оператор дифференцирования

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \;\to\; D'_\mu \equiv \partial^+_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{iq}{c\hbar}A_\mu \tag{6.3}$$

и, во-вторых, постулировать, что при преобразованиях (6.1) введенное здесь векторное поле A_μ изменяется по закону:

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \frac{\partial\alpha}{\partial x^\mu}. \tag{6.4}$$

Очевидно, что квадратичная комбинация с оператором D' указанного вида остается инвариантной относительно преобразований (6.1). В этой комбинации «лишнее» слагаемое в (6.2) компенсируется дополнительным членом в (6.4). На этом основании в 1960-х годах, когда данный подход входил в моду, Д. Д. Иваненко предлагал его назвать «компенсирующим».

Подобным образом сейчас вводится электромагнитное взаимодействие в калибровочной формулировке электродинамики. В стандартной электродинамике выражения (6.3) являются давно известным калибровочным преобразованием векторного потенциала. При этом, как очевидно, не изменяются компоненты тензора электромагнитного поля, а сохраняющейся величиной, которая соответствует $U(1)$-симметрии, является электрический заряд системы.

Лагранжиан электромагнитного поля в данном подходе добавляется к спинорному, однако уже на законных основаниях, поскольку калибровочный подход обосновал необходимость введения электромагнитного поля A_μ. Очевидно также, что весь ход проведенных рассуждений самым существенным образом опирается на априорно заданное 4-мерное пространственно-временное многообразие.

3. В середине 1950-х годов Янг и Миллс предложили распространить калибровочный подход на другие группы. Выяснилось, что он

имеет универсальный характер и применим практически к любой из известных групп Ли. Каждой из них соответствует закон сохранения некоторого заряда и присущая ей совокупность возможных полей переносчиков взаимодействий. Сейчас принято называть такие поля *полями Янга—Миллса*. Разумеется, это не означает, что все они реализуются в физике элементарных частиц. Кроме рассмотренной группы $U(1)$, в физике микромира оказались нужными группы $SU(2)$ и $SU(3)$: первая для описания электрослабых взаимодействий, а вторая — для построения хромодинамики.

4. В связи со стремлением объединить все известные виды взаимодействий, включая гравитационное, в теоретико-полевом подходе предпринимались усилия (в качестве предварительного шага) поставить теорию гравитации на ту же принципиальную основу, что и другие взаимодействия, т. е. также представить в калибровочном виде. Работы по развитию *калибровочной теории гравитации* были начаты уже в 60-е и достигли пика в 1980-е годы. Для этой цели были использованы не внутренние симметрии, как в предыдущих случаях, а группа симметрий классического 4-мерного пространства-времени Минковского. Как уже отмечалось, плоское пространство-время однородно, что означает наличие в нем 4-параметрической группы трансляций (сдвигов)

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \lambda^{\mu},$$

где λ^{μ} — четверка параметров этой группы. Кроме того в пространстве-времени Минковского имеет место 6-параметрическая группа Лоренца

$$x'^{\mu} = C^{\mu}_{\nu} x^{\nu},$$

где C^{μ}_{ν} — антисимметричная (4×4)-матрица из 6 независимых параметров группы. Напомним, эта группа распадается на 3-параметрическую подгруппу поворотов в 3-мерном пространстве и 3-параметрическую подгруппу преобразований системы отсчета. Совокупность этих групп образует 10-параметрическую группу Пуанкаре.

При построении калибровочной теории гравитации некоторые авторы ограничивались 6-параметрической группой Лоренца, другие выбирали более широкую 10-параметрическую группу Пуанкаре. Далее ход рассуждений был принципиально тот же, что и в рассмотренных выше случаях. Производилась локализация группы, т. е. полагалось, что параметры λ^{μ} и C^{μ}_{ν} зависят от координат, затем вводились дополнительные (калибровочные) поля для компенсации возникающих отклонений от симметрий, которые так или иначе определяли компоненты гравитационного поля.

Физик-теоретик Н. В. Мицкевич отобразил это подход к описанию гравитации в стихотворной форме:

Изменяя очень ловко
и локально калибровку,
Мы получим электро-
маг-
не-
тизм.
Та же компенсация
Даст нам гравитацию,
Если также Лоренца ис-
ка-
зим.

При реализации этой программы возникал ряд специфических проблем технического характера, главным образом, связанных с отождествлением калибровочных полей с геометрическими понятиями общей теории относительности. В результате была продемонстрирована возможность построения калибровочной версии теории гравитации, позволяющей взглянуть на нее, как на следствие нарушений симметрий пространства-времени Минковского. Заметим, что при использовании группы Пуанкаре можно получить еще более общую теорию, описывающую не только гравитацию, но и специфическое поле кручения, ответственное за нарушение правила параллелограмма при сложении векторов.

На наш взгляд, калибровочный подход к теории гравитации имеет лишь академический интерес. Работа в этом направлении стимулировалась так и неоправдавшимися надеждами на последующее объединение в рамках этого подхода гравитации с другими видами взаимодействий.

5. Наличие двух видов полей — фермионных и бозонных, фактически соответствующих двум исходным категориям частиц и полей переносчиков взаимодействий, — многими физиками справедливо представлялось недостатком теории данной парадигмы. Поэтому предпринимались попытки построить теорию, опирающуюся на категории единого поля и некоего обобщенного пространственно-временного многообразия. Следует выделить четыре стадии исследований такого рода.

Первая стадия, фактически возникшая еще в XIX веке, состояла в попытках построения всей физики на основе одного векторного поля, каковым тогда виделось электромагнитное поле. Была выдвинута программа описания частиц как неких сгустков (нелинейного) бозонного поля в (плоском) пространстве-времени. Для этой цели в уравнения бозонных полей вводились квадратичные и более высоких степеней слагаемые из потенциалов, описывающие воздействия поля на самого себя. Благодаря им поле как бы держит самого себя в виде некоторого сгустка, интерпретируемого как частица. Таковыми были теории Г. Ми начала XX века, затем в 1930-х годах теории М. Борна и Л. Инфельда и ряд других. Однако эти теории (бозонных солитонов) встретились с рядом трудностей. Главными были неустойчивость (расплывание во времени) волновых пакетов, нелинейность, усложняющая процедуру квантования, а также проблема описания спинорных (фермионных) частиц.

Вторая стадия, имевшая пик популярности в 50-х – 60-х годах XX века, основывалась на нелинейной теории фермионных полей. У истоков этого направления стоял Л. де Бройль. Основная идея была прежней, однако, поскольку исходили из нелинейных обобщений уравнений Дирака, удавалось преодолеть третью из названных трудностей предыдущего этапа исследований. Бозонные, в том числе векторные и тензорные поля второго ранга предлагалось строить из фермионных полей посредством гипотезы слияния. Известно, что из спиноров можно образовать векторы и тензоры, но не наоборот. Исследования такого рода также не привели к желаемому результату.

Третью стадию объединения бозонных и фермионных полей составили исследования так называемых суперсимметричных теорий, основанных не на включении одной разновидности поля в другую, а на их представлении в виде проявлений некоего единого суперполя — супермультиплета.

Четвертую стадию составили исследования теории суперструн и бран. Поскольку за последние четверть века значительные усилия предпринимались именно в этой области, более подробно охарактеризуем суть третьей и четвертой стадий исследований, назовем возлагавшиеся надежды и возникшие на этом пути трудности.

6.2. Суперсимметричная теория поля

Третья стадия развития названной программы основывалась на открытии закона совместного преобразования фермионных и бозонных величин. Симметрия относительно таких преобразований была названа *суперсимметрией*.

6.2.1. Суперсимметрия и суперполе

В теориях такого рода одной из двух физических категорий является специфическое обобщение классического пространства-времени до так называемого *суперпространства* которое можно понимать как своеобразное многомерное пространство-время. Однако, если в теориях Калуцы—Клейна оно вводится для единого геометрического описания совокупности бозонных полей, то в суперсимметричных теориях оно предназначено для совместного описания бозонных и фермионных (спинорных) полей.

Уже в теориях Калуцы дополнительные размерности (координаты) имеют существенно иной характер по сравнению с классическими: они компактифицированы (замкнуты). При определении суперпространства наблюдается еще больший отход от привычного понимания координаты как вещественного числа, — дополнительные орты описываются элементами алгебры Грассмана.

Напомним, что понятие вещественного числа многократно обобщалось, причем по разным направлениям. Отдельные вещественные числа — скаляры — были обобщены до векторных и тензорных величин. По другому признаку было сделано обобщение в сторону комплексных чисел, кватернионов. Были введены спиноры различного ранга, биспиноры. В математике широко представлены и другие величины, например, известны арифметики с конечным числом элементов и т. д.

Другое обобщение понятия числа связано с отказом от известного свойства коммутативности (от перемены мест сомножителей произведение не меняется). В математике есть теории, где оно может измениться. Это реализуется в теории кватернионов, в алгебрах Клиффорда, Грассмана и других, характеризуемых конечным числом образующих, для которых имеют место специальные правила умножения. Так, описание спинорных величин заставило использовать γ-матрицы Дирака, которые являются образующими соответствующей алгебры Клиффорда. Все (4×4)-матрицы с комплексными элементами можно построить из γ-матриц и их произведений.

В алгебре Грассмана с четырьмя образующими $\theta_\alpha\cdot(\alpha = 1, 2, 3, 4)$ имеют место правила (антикоммутации) с нулевой правой частью

$$\theta_\alpha\theta_\beta + \theta_\beta\theta_\alpha = 0 \tag{6.5}$$

для любых значений α и β. В простом суперпространстве точки характеризуются восьмью обобщенными координатами: четырьмя классическими x^μ и четырьмя новыми при образующих алгебры Грассмана.

Как известно, в пространстве-времени Минковского имеется 10-параметрическая группа координатных преобразований Пуанкаре из преобразований Лоренца и трансляций — сдвигов. В простом суперпространстве аналогичным образом определяется расширенная 14-параметрическая группа Пуанкаре из супертрансляций и поворотов. Супертрансляции перепутывают классические координаты и грассмановы переменные. При обычных преобразованиях Лоренца грассмановы переменные преобразуются как компоненты спинора.

Четверка дополнительных антикоммутирующих величин θ_α характеризует минимальное обобщение классического пространства-времени, т. е. определяет простое суперпространство, соответствующее как бы 5-мерной теории Калуцы. Аналогично переходу к 6, 7 и большему числу измерений в теориях Калуцы—Клейна, в суперсимметричных теориях можно брать несколько четверок антикоммутирующих величин θ_{ab}, снабдив их индексом b, где $b = 1, 2, \cdots, N$. В зависимости от числа N говорят о расширенной N-суперсимметрии.

В суперсимметричной теории на фоне суперпространства определяются обобщенное поле — так называемое *суперполе* $\Phi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$, зависящее от 8 обобщенных координат в случае простой суперсимметрии или от $(4 + 4N)$-координат в случае N-расширенной суперсимметрии. Далее предполагается, что суперфункцию $\Phi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$ можно раскладывать в ряды по переменным θ_{ab}. Здесь возникает чрезвычайно любопытная ситуация, принципиально отличающаяся от имеющейся в теории функций обычных переменных. Вместо бесконечного ряда получается конечное число членов разложения. Это связано со свойствами алгебры Грассмана, в которой можно строить произведения из количества слагаемых, не превышающего число образующих алгебры. Как только появятся две одинаковые образующие, путем антикоммутационных соотношений (6.5) их можно поставить рядом, а их квадрат равен нулю. В общем случае при каждом слагаемом разложения по степеням θ будет стоять некоторая тензорная или спинорная функция в зависимости от того, при четной или нечетной степени θ она стоит. Следовательно, суперполе $\Phi(x, \theta)$ характеризуется набором функций-коэффициентов разложения (супермультиплетом), где спинорные и тензорные величины входят симметричным образом.

Лагранжиан суперсимметричной теории строится из инвариантных выражений, содержащих суперполе и первые производные от него по координатам, как классическим, так и θ_{ab}. Разработана теория, соответствующая интегральному и дифференциальному исчислению с величинами из алгебры Грассмана, которая имеет много необычного по сравнению с привычным математическим анализом, однако в ней все операции четко определены и довольно просты. Супердействие в суперсимметричной теории определяется, как обычно, в виде интеграла по всем переменным. После интегрирования по грассмановым переменным получается 4-мерное действие, выражающееся только через 4-мерные спинорные и бозонные функции (ранее упомянутые коэффициенты разложения) в 4-мерном пространстве-времени. Эта ситуация аналогична случаю многомерных геометрических теорий, где после редукции многомерной скалярной кривизны появляются векторные и тензорные поля, интерпретируемые через физические поля переносчиков взаимодействий.

Грассмановы переменные в итоговых выражениях не встречаются. Они выполнили свою роль, определив окончательные комбинации из фермионных и бозонных полей. В итоге возникает некая симметрия между совокупностями фермионных и бозонных полей, что породило надежды на решение ряда проблем.

Во-первых, физики ожидали, что суперсимметричные теории приведут к некоему фундаментальному набору из бозонных и фермионных полей, который бы явился теоретическим обоснованием наблюдаемого на опыте набора частиц и полей, и таким образом удастся предсказать новые частицы. Но это ожидание не оправдалось. С ростом N число полей быстро увеличивается, и как ими распорядиться, не известно.

Как пишет Р. Пенроуз: «Главная трудность теории суперсимметрии (в ее нынешнем виде) заключается в ее требовании, чтобы каждая из элементарных частиц, существующих в природе, имела так называемого „суперпартнера", у которого спин отличался бы от спина исходной частицы на $\hbar/2$. Это требует существование „электрона" со спином 0 как партнера электрона, „скварка" со спином 0 для каждой разновидности кварков, „фотино" со спином 1/2 как партнера фотона, партнеров „вино" и „зино" со спином 1/2 соответственно для W-и Z-бозонов и т. д. и т. п. Беда в том, что ни один из таких „суперпартнеров“ пока не обнаружен. Официальное объяснение этого обстоятельства состоит в том, что из-за наличия некоторого механизма „нарушения суперсимметрии“ (природа которого никогда не была описана должным образом) эти предполагаемые суперпартнеры должны иметь намного большую массу, нежели соответствующие им элементарные частицы. Постулируется, что масса этих ненаблюдавшихся частиц должна превышать массу протона в тысячу и более раз. Должен сказать, что я отнюдь не одинок, считая, что все это выглядит несколько надуманным» [36, с. 720].

Во-вторых, предполагалось скомбинировать из множества получающихся полей супермультиплета комбинации, соответствующие объединенной теории электрослабых и сильных взаимодействий. Другими словами, надеялись с помощью этой теории построить теорию великого объединения, однако и эти надежды не оправдались.

В-третьих, ожидалось, что на основе суперсимметрии удастся построить квантовую теорию поля, свободную от расходимостей. Анализ показал, что одни расходимости обусловлены бозонными полями, а другие — фермионными, причем в ряде случаев расходимости возникают с разными знаками. При наличии симметрии между теми и другими полями во многих случаях расходимости удается взаимно погасить. Однако глобального решения данной проблемы здесь также не было получено.

6.2.2. Теория супергравитации

В теоретической физике последних двух десятилетий XX века интенсивно исследовалась так называемая *теория супергравитации*, опирающаяся на обобщенную категорию «искривленного» суперпространства. Эта теория возникла в середине 1970-х годов в работах П. ван Ньювенхейзена, С. Феррары, Д. Фридмана, а также С. Дезера и В. Зумино. Много сделали для развития данной программы В. И. Огиевецкий, М. Дафф, Р. Е. Каллош и другие авторы.

Теория супергравитации возникла в результате слияния двух идей: 1) суперсимметрии и 2) калибровочного подхода к описанию гравитации.

Можно сказать, что в этом направлении исследований были возрождены идеи Клиффорда и Уилера об описании искривленным пространством всех видов материи, но предлагалось это делать с учетом принципа суперсимметрии между бозонными и ферми-

Рис. 6.1. А. Салам (1926–1996)

онными полями. Как писал А. Салам: «Построение расширенных теорий супергравитации ($N = 2, 3, \ldots, 8$) породило надежду на то, что частицы со спином 1 и 2, посредники всех четырех фундаментальных взаимодействий (в том числе и гравитации), плюс хиггсовы частицы, а также материальные „источники" (частицы с полуцелыми спинами) удастся объединить в один супермультиплет расширенной теории супергравитации, объединив тем самым „мрамор" гравитации с „каркасом" материи — как мечтал Эйнштейн» [37, с. 16].

Как и во всякой суперсимметричной теории, следует различать варианты теории супергравитации с различными N. При $N = 1$ имеем простую супергравитацию, в которой в единый мультиплет попадает поле спина 2 (гравитон) с одним майорановским спинором — частицей спина 3/2, названной гравитино. Эта теория имеет лишь академический интерес и не может претендовать на реалистическую модель, объединяющую гравитацию с известной материей. Более богатые возможности содержатся в расширенных теориях супергравитации с $N > 1$, где партнерами гравитона выступают N гравитино, $(1/2)N(N-1)$ векторных полей, $(1/6)N(N-1)(N-2)$ полей спина 1/2 и ряд скалярных полей.

В суперсимметричных теориях гравитация учитывается тем фактом, что в ней не может быть более одного поля спина 2, соответствующего гравитационному взаимодействию. Отсюда следует, что N не может быть больше восьми. Максимально расширенная $N = 8$ теория супергравитации в одном супермультиплете объединяет одно поле спина 2, восемь полей со спином 3/2, 28 полей со спином 1,56 полей со спином 1/2 и 70 скалярных полей (со спином 0). Этот вариант представляется наиболее перспективным для объединения всех известных бозонных и фермионных полей. Однако возникли трудности с отождествлением множества возможных полей с известными физическими полями. Были выдвинуты различные предположения о характере возникающих полей, в частности, предлагалось их трактовать как некие преполя или пречастицы (преоны), из которых предстоит в виде каких-то связанных комбинаций образовать известные нам лептоны, кварки и другие частицы.

В литературе конца XX века было представлено еще одно направление исследования супергравитации, более соответствующее духу многомерных геометрических моделей типа теории Калуцы—Клейна. Это теория супергравитации в пространстве-времени $n > 4$ измерений, т. е. когда суперпространство содержит дополнительные и классические координаты (как в теориях Калуцы—Клейна), и фермионные координаты из соответствующей размерности n алгебры Грассмана. Такие теории получили название *теории супергравитации Калуцы—Клейна.*

В 1978 году было установлено, что структура суперсимметричных алгебр вместе с ограничениями на спины получающихся полей устанавливает верхний предел для размерности n пространства-времени, в котором формулируется теория супергравитации. Оказалось, что размерность n не может превышать одиннадцати.

Особый интерес представляет простая супергравитация ($N = 1$) в одиннадцати измерениях. В числе основных доводов в пользу такого варианта супергравитации Калуцы—Клейна называют следующие. Во-первых, ссылаясь на Е. Виттена, утверждают, что одиннадцать — это минимальное число измерений, необходимое для введения калибровочной группы $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ в рамках общепринятого подхода к объединению взаимодействий. Во-вторых, это максимальное число измерений, совместимое с отмеченными выше условиями построения суперсимметричной теории.

11-мерная теория супергравитации исследовалась в работах Т. Креммера, Дж. Шерка и других авторов. Естественно, все дополнительные координаты выбирались пространственно-подобными. Такая теория оказывается довольно жесткой, если, конечно, потребовать, чтобы уравнения были второго порядка и чтобы она содержала только один свободный параметр — гравитационную постоянную. Все попытки как-либо модифицировать теорию окончились неудачей. Более того, в ней условиями суперсимметрии запрещено взаимодействие с внешней материей (не входящей в супермультиплет полей, полученный калибровочным образом). Такие образом, эта теория не терпит половинчатости: либо это теория всего, либо она неверна.

Все максимальные теории супергравитации с меньшим числом измерений ($n < 11$) могут быть получены из теории супергравитации с $n = 11$ и $N = 1$ с помощью процедуры размерной редукции, т. е. методом понижения размерности до нужной, как это делается в обычной теории Калуцы—Клейна.

Несмотря на отсутствие непосредственных экспериментальных следствий, теоретики занимались исследованием этой проблемы с огромным энтузиазмом, будучи глубоко убежденными в том, что осуществляют давнюю мечту Эйнштейна об истинном объединении гравитации и материи.

Однако в то же время все больше становилось и критических замечаний. Приведем несколько высказываний такого рода. Так, Р. Пенроуз пишет: «Я отнюдь не убежден в высокой физической ценности схемы суперсимметрии, по крайней мере в той форме, в которой она применяется сегодня в физике элементарных частиц и теориях, лежащих в ее основе.» (...) «В настоящее время супергруппы представляют вполне респектабельную область чистой математики. Более того, идеи суперсимметрии могут применяться непосредственно в математических рассуждениях для получения результатов, которые нелегко было бы получить другим способом. Это, однако, отнюдь не означает, что суперсимметрия в том виде, в каком она применяется, имеет какое-то непосредственное отношение к физике» [36, с. 727–728].

П. Уэст, автор книги «Введение в суперсимметрию и супергравитацию» пишет: «До настоящего времени нет надежных доказательств того, что суперсимметрия реализуется в природе. Нет также причин, вынуждающих нас верить, что суперсимметрия необходима для решения какого-либо из парадоксов современных физических теорий» [38, с. 13].

6.3. Гипотеза суперструнных оснований физики

Четвертую стадию построения дуалистического теоретико-полевого миропонимания составляют исследования теории суперструн, в основании которой лежат три идеи: 1) идея о нелокальности (неточечности) объектов — носителей фундаментальных взаимодействий, 2) соображения о суперсимметрии между бозонами и фермионами и 3) идея Калуцы о многомерии физического пространства-времени. Таким образом, можно сказать, что теория суперструн впитала в себя основные достижения предшествующих этапов развития теоретической физики.

Поскольку исследования в этой области находятся на переднем крае развития современной теоретической физики и так как в них используются чрезвычайно мощные методы практически из всего арсенала современной математики, то вряд ли возможно в ограниченном объеме достаточно полно описать содержание и достижения этих исследований. Автор непосредственно не работает в этой области из-за скептического отношения к данной программе, обоснованного ниже. По совокупности названных причин ограничимся качественным описанием этой программы и ее перспектив, как они видятся ее сторонникам.

6.3.1. Суть теории суперструн

В настоящий момент суперструны понимаются как релятивистские одномерные объекты (1-мерные в пространственном смысле, с учетом времени они 2-мерные) с характерной длиной порядка планковской ($l \approx 10^{-33}$ см), помещенные в 10-мерное пространственно-временное многообразие. Шесть дополнительных размерностей компактифицированы (топологически замкнуты). Топологические свойства многообразия определяют основные черты динамики суперструн в низкоэнергетическом, т. е. наблюдаемом пределе. Масштаб масс частиц определяется натяжением T суперструны, причем $\sqrt{T} \approx M_{Pl}c^2 \approx 10^{19}$ Гэв.

Важное отличие теории суперструн от локальной теории поля состоит в том, что в ней свободная суперструна характеризуется бесконечным числом супермультиплетов, соответствующих нормальным модам ее колебаний, тогда как в локальной теории каждое поле описывает частицы (кванты) только одного сорта. Суперструны имеют одинаковое число как фермионных, так и бозонных степеней свободы, что следует из принципа суперсимметрии. Безмассовое состояние спина 2 в низкоэнергетическом пределе предлагается интерпретировать как гравитон. На этом основании принято считать, что теория суперструн содержит также теорию гравитации.

Нобелевский лауреат С. Вайнберг следующим образом объясняет суть теории суперструн: «Струны можно представить себе как крохотные одномерные разрезы на гладкой ткани пространства. Струны могут быть открытыми, с двумя свободными концами, или замкнутыми, как резиновая лента. Пролетая в пространстве, струны вибрируют. Каждая из струн может находиться в любом из бесконечного числа возможных состояний (мод) колебаний, похожих на обертоны, возникающие при колебаниях камертона или скрипичной струны. Со временем колебания скрипичной струны затухают, так как энергия этих колебаний переходит в энергию случайного движения атомов, из которых скрипичная струна состоит, т. е. в энергию теплового движения. Напротив, струны, о которых сейчас идет речь, поистине фундаментальные составные части материи, и могут продолжать колебаться бесконечно долго. Они не состоят из атомов или чего-то в этом роде, поэтому энергии их колебаний не во что переходить. Предполагается, что струны очень малы, так что если разглядывать их с достаточно больших расстояний, они кажутся точечными частицами. Так как струна может находиться в любой из бесконечно большого числа возможных мод колебаний, она выглядит как частица, которая может принадлежать к одному из бесконечно большого числа возможных сортов, соответствующих определенной моде колебаний струны» [39, с. 167].

Б. Грин в своей эмоционально написанной книге «Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории» пишет: «Если вы разделяете веру в то, что законы физики не должны делиться на законы, управляющие микромиром, и законы, диктующие правила для макромира, а также верите, что мы не должны останавливаться, пока у нас не будет теории с неограниченной областью применимости, тогда теория струн — ваша единственная надежда» [40, с. 144]. В другом месте можно найти его же высказывание: «Когда вы знакомитесь с теорией струн и осознаете, что почти все основные достижения физики последнего столетия можно получить, и при том весьма изящным образом, из столь простой отправной точки, — вы понимаете, что перед вами невероятно мощная теория, единственная в своем роде» (цит. по [40, с. 738]).

Рис. 6.2. Б. Грин (р. 1963)

Э. Виттен, ведущий специалист в этой области, сказал: «Как было замечено (Даниэлем Амати), теория струн — это физика двадцать первого столетия, случайно попавшая в двадцатый век» (цит. по [40, с. 738]).

Нобелевский лауреат С. Вайнберг в своей книге «Мечты об окончательной теории» написал: «С этой точки зрения квантовая теория поля типа стандартной модели представляет собой низкоэнергетическое приближение к фундаментальной теории, которая является совсем не теорией полей, а теорией струн. (...) Мы все больше и больше воспринимаем стандартную модель как *эффективную квантовую теорию*, причем прилагательное „эффективная“ служит для напоминания, что все такие теории суть лишь низкоэнергетические приближения к совершенно другой теории, возможно, теории струн. Стандартная модель — сердцевина современной физики, но такое изменение отношения к квантовой теории поля может означать начало новой эры постмодерна» [39, с. 168].

6.3.2. Физический анализ программы суперструн

Постараемся разобраться в том, чего удалось реально достичь в рамках теории суперструн, а что осталось на уровне надежд и деклараций.

1. Главная цель исследований в области теории суперструн состояла в *избавлении квантовой теории от бесконечностей.* Как известно, в квантовой теории поля возникают расходимости нескольких видов. Наиболее серьезными считаются так называемые ультрафиолетовые расходимости, связанные с необходимостью учета бесконечно больших обменных импульсов при допущении о возможности неограниченного сближения точечных частиц. В струнной же модели фактически точечные частицы квантовой теории поля заменяются конечными объектами (струнами), что служит достаточно веским основанием для надежд на устранение ультрафиолетовых расходимостей. (Напомним, что такие расходимости возникают и в классической электродинамике при учете энергии поля в бесконечно близкой области от центра точечных частиц.)

Конкретные вычисления на основе струнной модели в значительной степени оправдывают эти надежды, что привело к многочисленным заявлениям сторонников теории суперструн, что эта теория окончательно решает проблему расходимостей. Так ли это на самом деле?

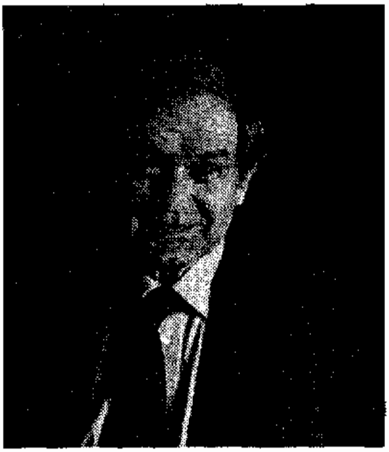


Рис. 6.3. Р. Пенроуз (р. 1931)

У Пенроуза можно найти такое высказывание: «Несмотря на повторяющиеся заверения, никакого математического обоснования декларируемой конечности пока предоставлено не было. Утверждения относительно конечности относятся лишь к *ультрафиолетовым* расходимостям (соответствующим большим импульсам и малым расстояниям), которые считаются наиболее опасными в квантовой теории поля, но даже такие расходимости пока были устранены лишь на двухпетлевом уровне. Кроме того, пока, по-видимому, не было заявлений об устранении *инфракрасных* расходимостей (при малых импульсах и больших расстояниях). Хотя последние считаются менее серьезными, чем ультрафиолетовые расходимости, их определенно нельзя игнорировать и необходимо учитывать тем или иным способом в попытках обосновать конечность. Это оставляет нас в некоторой неопределенности относительно всей программы в целом, поскольку конечность является краеугольным камнем всей теории струн» [36, с. 755].

2. Одной из задач современной физики является *теоретическое объяснение соотношения констант наблюдаемых видов взаимодействий*. Так, С. Вайнберг пишет: «Надеюсь, что теория струн станет реальной основой окончательной теории, и что теория струн будет обладать достаточно предсказательной силой, чтобы определить значения всех констант природы, включая и космологическую постоянную. Поживем — увидим» [39, с. 179]. При этом он отмечает: «Получено несколько вдохновляющих результатов. Например, оказалось, что в рамках теории струн естественно получается равенство констант взаимодействия сильных и электрослабых взаимодействий при очень больших энергиях, определяемых через натяжение струны, хотя и нет отдельной симметрии, объединяющей эти взаимодействия. Тем не менее, до сих пор не удается получить детальные количественные предсказания, позволяющие осуществить решающую проверку теории струн» [39, с. 170].

Относительно этих утверждений Р. Пенроуз пишет: «В этих идеях, претендующих на поддержку суперсимметрии наблюдениями, заключаются гигантские экстраполяции. Одной из таких является допущение, что не возникает ничего существенно нового в огромной щели энергий (или температур) между 10^{28} К и приблизительно 10^{14} К, что доступно для современных ускорителей. Это само по себе представляется неразумной экстраполяцией, и я не понимаю, как можно рассматривать подобные соображения в качестве сколько-нибудь значимой дополнительной поддержки суперсимметрии» [36, с. 729].

3. Как пишет Пенроуз, «теория струн приводит к своеобразной теории Великого объединения. Она предполагает объединить все элементарные частицы в единую схему. Возникающие при этом группы симметрии оказываются гораздо более обширными, чем таковые в стандартной модели, однако, как и в других теориях Великого объединения, предполагается нарушение симметрии, приводящее к ее понижению до симметрии, имеющей более непосредственное отношение к стандартной модели, — хотя эта программа пока не выполнена в должной мере» [36, с. 756]. (Примечательно, что опять здесь неоднократно используется термин «предполагается» и все завершается словами, что «программа не выполнена в должной мере».)

4. *В теории струн имеется ряд неоднозначностей, связанных с выбором свойств дополнительных (шести скрытых, внутренних) размерностей в 10-мерном пространстве,* используемом в теории струн. На эти скрытые размерности в теории суперструн налагается ряд довольно жестких требований. Как пишет Р. Пенроуз: «Налагаемые „жесткие требования“ привели к 6-многообразиям, получившим название „пространства Калаби—Яу“. Эти пространства, представляющие значительный интерес с точки зрения чистой математики, изучались для этих целей Эудженио Калаби и Шин-Ту Яу. Это пример так называемых *многообразий Келера*, обладающих одновременно вещественной римановой метрикой и комплексной структурой (так что их можно считать комплексными 3-многообразиями), и эти две структуры совместимы в том смысле, что метрическая связность сохраняет комплексную структуру, откуда следует, что они являются также *симплектическими* многообразиями. Пространства Калаби—Яу обладают дополнительными свойствами, которые считаются существенными для струнной модели: они обладают метрикой с нулевым тензором Риччи и наделены *спинорными полями*, постоянными по отношению к метрической связности» [36, с. 756].

Далее Пенроуз пишет: «Как обстоит дело с проблемой однозначности? К сожалению, существуют десятки тысяч классов качественно различных возможных вариантов для пространств Калаби—Яу, так что описанная схема далека от однозначности. Фактически в рамках заданного класса пространства Калаби—Яу существует бесконечно много вариантов, отличающихся друг от друга значениями некоторых параметров, именуемых модулями».

«Существуют, однако, и другие источники неоднозначности, которые поначалу оставляют впечатление даже более серьезных затруднений, нежели неоднозначность, связанная с пространствами Калаби—Яу. Оказывается, что существует целых пять совершенно различных возможных схем связи, устанавливаемых суперсимметрией между „бозонными“ и „фермионными“ модами колебаний струны. Соответственно имеется пять различных вариантов теории струн, получивших названия: теория струн типа I, теория струн типа IIA, теория струн типа IIB, теория гетеродических струн $O(32)$ и теория гетеротических струн $E_8 \times E_8$. (...) Такое размножение струнных моделей вынудило многих теоретиков усомниться в своей способности продолжать заниматься этим дальше» [36, с. 757].

Вайнберг пишет еще более пессимистично: «Дела обстоят еще хуже. Даже если бы мы знали, как математически обращаться с теориями струн, и смогли бы найти какую-то одну из этих теорий, соответствующую наблюдаемым в природе явлениям, все равно у нас нет сегодня критерия того, почему *именно эта* теория струн применима к реальному миру. Я снова повторяю — цель физики на ее самом фундаментальном уровне заключается не только в том, чтобы описать мир, но и объяснить, почему он таков, каков он есть» [39, с. 171].

5. Однако самым существенных недостатков теории струн и вообще теорий с суперсимметриями является *отсутствие каких-либо ее экспериментальных подтверждений*. В частности, это касается обнаружения предсказываемых теорией струн частиц с необычными зарядами. Так, Б. Грин пишет: «Теория струн допускает существование мод резонансных колебаний, которым соответствуют частицы с существенно иным электрическим зарядом. Например, электрический заряд частиц может принимать ряд экзотических дробных значений, таких как 1/5, 1/11, 1/13 или 1/53. (...) Как и в случае с суперпартнерами, частиц с таким экзотическим электрическим за-

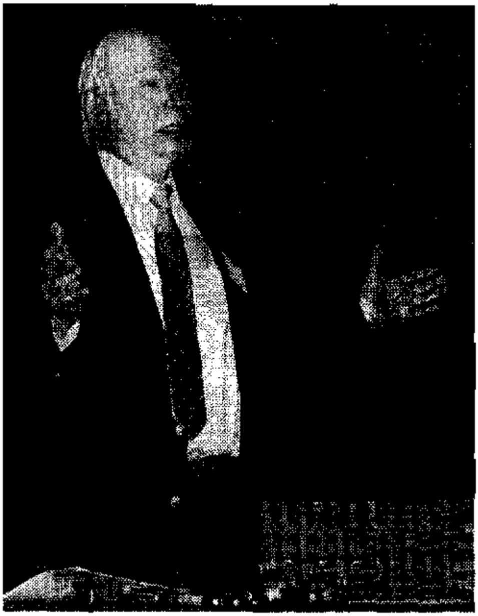


Рис. 6.4. С. Вайнберг (р. 1933)

рядом пока никому не удалось наблюдать, а современный уровень развития теории струн не позволяет сделать определенные выводы о массе, которую могут иметь эти частицы, если в силу свойств дополнительных измерений они действительно существуют. Объяснение того, что они до сих пор не открыты, опять же состоит в том, что если они существуют, их массы находятся за пределами современных технических возможностей обнаружения» [40, с. 151].

Для объяснения длительного отсутствия экспериментальных подтверждений выводов теории суперструн ее сторонники сформулировали своеобразную методологическую установку об эволюции соотношения теоретических и экспериментальных исследований. Дэвид Гросс дает следующее образное пояснение сложившейся ситуации: «Обычно, когда мы карабкались на гору природы, прокладыванием пути занимались экспериментаторы. Мы, ленивые теоретики, плелись где-то сзади. Время от времени они сбрасывали вниз экспериментальный камень, который рикошетил от наших голов. Со временем мы находили объяснение и могли продолжить наш путь, который нам перекрыли экспериментаторы. Догнав наших друзей, мы объясняли им, с чем они столкнулись, и как они туда попали. Таков был старый и легкий (по крайней мере, для теоретиков) способ восхождения на горы. Нам всем хотелось бы, чтобы эти дни снова вернулись. Но теперь мы, теоретики, должны возглавить колонну. Это будет гораздо более одинокий путь» (цит. по [40, с. 145]).

Б. Грин продолжил это образное повествование: «Теоретики, занимающиеся струнами, не хотят совершать одиночное восхождение на самые высокие вершины природы; они предпочли бы разделить трудности и радости со своими коллегами-экспериментаторами. Сегодняшняя ситуация вызвана отставанием технологии, историческим разрывом: теоретические канаты и крючья для последнего штурма вершины готовы (по крайней мере частично), а экспериментальные еще не существуют. Но это вовсе „не означает“, что теория струн окончательно рассталась с экспериментом. Напротив, теоретики полны надежд „спихнуть вниз теоретический камень“ с вершин ультравысокой энергии на головы экспериментаторов, работающих в базовом лагере. Это основная цель современных исследований в теории струн. Пока не удалось оторвать камня от вершины, чтобы запустить его вниз...» [40, с. 145].

Все это в совокупности позволяет усомниться в том, что в лице теории суперструн мы имеем дело с достаточно сложившейся физической теорией, а не с некой абстрактной математической конструкцией, от которой пытаются перейти к физике посредством множества гипотез и предположений.

Глэшоу как то даже заявил: «Теория струн столь амбициозна, что она может быть либо целиком истинна, либо целиком ложна. Единственная проблема состоит в том, что ее математика настолько нова и сложна, что неизвестно, сколько десятилетий потребуется на ее окончательную разработку» [40, с. 144].

Скептическое отношение к теории суперструн высказывает Р. Пенроуз: «Как же выдержали испытание временем эти замечательные исходные идеи спустя более чем 30 лет после их появления? Подтвердили ли последующие изыскания в этой области возлагавшиеся на них надежды? На эти вопросы разные люди могут дать совершенно различные ответы. Теория струн иногда оказывается эмоционально окрашенной в довольно сильной степени. Для ее бескомпромиссных приверженцев теория струн (с более поздними уточнениями) — это подлинная физика XXI века, она представляет собой революцию в физическом мышлении, сравнимую (если не превосходящую их) с теми, которые совершили в свое время общая теория относительности и квантовая механика. Для ее крайних противников она до сих пор не достигла, в физическом отношении, абсолютно ничего, и она имеет мало шансов сыграть сколько-нибудь существенную роль в физике будущего» [36, с. 738].

Имеются и более резкие высказывания по теории суперструн. Б. Грин упоминает о том, что Глэшоу «даже задавался вопросом, должны ли специалисты по теории струн получать зарплату от физических факультетов, и позволительно ли им совращать умы впечатлительных студентов, предупреждая, что теория струн подрывает основы науки, во многом так, как это делала теология в средние века» [40, с. 144].

6.3.3. Гравитация в теории суперструн

У автора имеются серьезные возражения метафизического характера ко всей программе теорий с условиями суперсимметрии. Эти же возражения относятся и к теориям гравитации в рамках данного подхода. Тем не менее, охарактеризуем ситуацию, сложившуюся в данной ныне достаточно модной области исследований. Здесь опять будем опираться на высказывания как горячих сторонников этой программы, так и квалифицированных оппонентов, оставляя за читателем право принимать ту или иную сторону.

1. В книге Б. Грина «Элегантная Вселенная» можно найти такие слова: «Эдвард Виттен с гордостью объявил, что теория струн уже сделала впечатляющее и подтвержденное экспериментально предсказание: „Теория струн обладает замечательным свойством: она *предсказывает* гравитацию“. Этим Виттен хотел сказать, что Ньютон и Эйнштейн разработали свои теории гравитации, так как наблюдения ясно показывали им, что гравитация существует и поэтому требует точного и непротиворечивого объяснения. Напротив, даже если бы физики, занимающиеся изучением теории струн, совершенно ничего не знали об общей теории относительности, они неизбежно пришли бы к ней в рамках теории струн. Благодаря существованию моды колебаний, соответствующей безмассовому гравитону со спином 2, гравитация является неотъемлемым элементом этой теории. Как пишет Виттен: „Тот факт, что гравитация является следствием теории струн, является величайшим теоретическим достижением в истории“. (...) Какая-нибудь другая высокоразвитая цивилизация во Вселенной, фантазирует Виттен, вполне

могла бы сначала открыть теорию струн, а уже после, в качестве ошеломляющего следствия, — теорию гравитации» [40, с. 143].

Далее Б. Грин пишет: «И если в общей теории относительности постулируется, что свойства искривленного пространства Вселенной описываются геометрией Римана, то в теории струн утверждается, что данный постулат справедлив лишь в случае, когда структура Вселенной рассматривается на достаточно больших масштабах. На длинах порядка планковской должна вступать в игру новая геометрия, согласующаяся с новой физикой теории струн. Эту новую геометрию называют *квантовой геометрией*» [40, с. 155].

2. Грин утверждает, что на основе теории струн строится квантовая теория гравитации. Осторожный оптимизм по этому вопросу можно усмотреть в высказываниях С. Вайнберга: «Возможно, мы близки к переменам. За последнее десятилетие бурно развивался радикально новый подход к квантовой теории гравитации, а может быть, и *ко всему остальному, — теория струн. Эта теория является* первым приемлемым кандидатом на окончательную теорию» [39, с. 166].

П. Уэст пишет аналогично: «Можно надеяться, что на некотором масштабе энергий суперсимметричные теории должны обеспечить согласованное квантование гравитации и в то же время объединить тяготение со всеми другими силами природы. Наиболее обещающие кандидаты для достижения этого долгожданного результата — теории суперструн» [38, с. 14].

О подобных претензиях теории струн на решение столь важной проблемы пишет и Р. Пенроуз: «Теоретики, занимающиеся теорией струн, пытались представить струнную теорию квантовой гравитации как едва ли не единственное, чем стоит заниматься; примером может служить высказывание Джозефа Полчинского относительно подходов к квантовой гравитации, отличных от теории струн: „Здесь нет альтернативы... Все хорошие идеи — это часть теории струн“. Я подозреваю, что именно убеждающий характер ранних заявлений относительно конечного характера теории послужил движущей силой теории. В самом деле, если бы провозглашаемое открытие — „квантовая гравитация“, устанавливающая связь между двумя великими революциями в физике XX века, — действительно подтвердилось, это сделало бы теорию струн не только главным интеллектуальным достижением столетия, но и основой будущего прогресса фундаментальной физики» [36, с. 742].

3. Автор скептически относится к подобным утверждениям и согласен с позицией Р. Пенроуза: «Каким было мое отношение к этим заявлениям? Боюсь, что весьма отрицательным, как и у большинства моих близких коллег. Несомненно, что причина такого отношения в значительной мере была обусловлена различным культурным фоном у меня и моих коллег, чьи взгляды сформировались на основе глубокого интереса к общей теории относительности Эйнштейна, и у тех, кто пришел со стороны квантовой теории поля. Главным следствием этой разницы во взглядах было то, что мы совершенно поразному понимали те центральные проблемы, которые необходимо решить для объединения квантовой теории с теорией гравитации. Пришедшие из квантовой теории поля видели главную цель в перенормируемости (или, точнее, *конечности* теории. Мы же, пришедшие со стороны теории относительности, такой проблемой считали глубокий концептуальный конфликт между принципами квантовой механики и общей теории относительности, и именно в его разрешении мы видели путь к новой физике будущего. Наша негативная реакция на тогдашние громкие заявления сторонников теории струн возникала не из-за каких-то конкретных деталей или общего неверия (хотя было, конечно, и это), а из-за того, что сами проблемы, которые мы считали центральными во всей проблеме квантовой гравитации, казалось, вовсе не замечались теоретиками, занимающимися струнами! (...) Здесь, вероятно, играет важную роль терминология. Специалисты по струнам заявляют, что у них есть „квантовая теория гравитации“, а не квантовая общая теория относительности или квантовый аналог теории Эйнштейна» [36, с. 742].

4. Пенроуз анализирует различие струнной «квантовой теории гравитации» и геометрической теории Эйнштейна и обращает внимание на ряд существенных нерешенных проблем в струнной теории. В частности, он пишет: «Мне трудно понять теорию, которая предлагает описывать гравитацию, предполагая наличие динамических степеней свободы у геометрии пространства-времени» [36, с. 745]. Здесь также затронут вопрос метафизического характера. Имеется ряд вопросов выбора и обоснования наблюдаемой 1 + 3-размерности и т. д. Более глубокий анализ был бы уместен, если бы предполагалось реальное использование при дальнейшем изложении материала полученных на этом пути результатов.

5. Наконец, отметим, что имеется немало высказываний критического характера относительно возможности квантования гравитации на основе теории суперструн. Так, П. Уэст пишет: «Несмотря

на то, что суперсимметрия ведет к нетривиальному обобщению теории гравитации Эйнштейна, вряд ли на этом пути будет решена упомянутая выше проблема квантования гравитации» [38, с. 9]. И далее Уэст замечает: «Но в этой связи следует напомнить, что гравитация может оказаться не фундаментальной силой, а быть обусловленной динамическим механизмом» [38, с. 14].

6.4. Категория пространства-времени в теории струн

Следует особо остановиться на вопросе о категории пространства-времени в теории струн. Этому вопросу в книге Грина «Элегантная Вселенная» посвящен специальный раздел с характерным названием «Что есть пространство и время на самом деле, и можем ли мы без них обойтись?». Выделим несколько принципиально важных аспектов, затронутых автором.

1. Прежде всего, следует обратить внимание на то, что сторонники суперструнной программы отдают себе отчет в том, что используемый в теории поля и струн субстанциальный подход к природе пространства-времени содержит в себе существенную проблему для физики. Грин пишет: «Однако можно спросить, является ли геометрическая модель пространства-времени, играющая центральную роль в общей теории относительности и теории струн, всего лишь удобной формулировкой для описания пространственных и временных отношений между различными событиями, или необходимо считать, что мы на самом деле погружены во *что-то*, когда говорим о нашем нахождении внутри ткани пространства-времени?» [40, с. 243]. Далее он рассуждает о том, что собой представляет эта ткань, и могут ли струны играть роль нитей, образующих пространство-время, аналогично тому, как из обычных нитей ткется полотно ткани.

2. Грин и ряд других авторов признают необходимость и важность отказа от априорного задания пространственно-временного фона и вывода его из каких-то физических соображений. Грин пишет: «Мы не должны ограничивать теорию, заставляя ее действовать в уже существующих рамках пространства-времени. Вместо этого, так же, как мы должны позволить нашей художнице работать с чистого листа, мы должны позволить теории струн *создавать* ее собственную пространственно-временную арену, начиная с конфигурации, в которой пространство и время отсутствует» [40, с. 244].

3. Признается, что решение этого вопроса представляет собой чрезвычайно трудную задачу. Действительно, говоря о том, что теория струн должна «создавать собственную пространственно-временную арену», трудно понять, как категория струны, бессмысленная без готового пространства-времени, может его создать? По этому поводу Грин пишет: «Представление такого бесструктурного исходного состояния, в котором нет понятий пространства и времени в обычном смысле, требует предельного напряжения ума у большинства людей (во всяком случае у меня)» [40, с. 243]. Видимо, Грину, говоря о данной задаче, не нужно было упоминать понятие струны, а иметь в виду использовании каких-то иных исходных физических факторов.

4. Обратим внимание на тот весьма примечательный факт, что в этом разделе Грин фактически упоминает наличие реляционного подхода, развивавшегося Г. Лейбницем и Э. Махом, и даже соглашается с тем, что «концепция Лейбница, развитая австрийским физиком Эрнстом Махом, гораздо ближе к современной картине» [40, с. 243]. Позволим себе уточнить, что реляционная концепция Лейбница и Маха действительно ближе реалистической картине мира, однако она не является доминирующей в современной физике.

Особенно примечательной является фраза: «Как в шутке Стивена Райта о фотографе, одержимом идеей получить снимок горизонта с близкого расстояния, мы вынуждены бороться со столкновением парадигм, когда пытаемся представить себе Вселенную, которая *есть*, но в которой каким-то образом не используются понятия пространства и времени. Тем не менее, вероятно, что нам придется привыкнуть к таким понятиям и осознать их смысл еще до того, как мы сможем полностью оценить теорию струн» [40, с. 244]. После таких замечаний логично было бы рассмотреть реляционный подход Лейбница, Маха и других авторов, однако этого Грин не делает, а продолжает вести разговор лишь вокруг теории струн. Этот пробел фактически восполняется в следующей главе данной книги.

5. Грин упоминает об одной из программ, нацеленных на решение задачи вывода пространства-времени: «Некоторое представление о мире без пространства и времени может дать нечто, известное под названием *нуль-бран*. (...) Исследования с этими нуль-бранами показывают, что обычная геометрия заменяется новым аппаратом, известным под названием *некоммутативная* геометрия — областью математики, основы которой были разработаны французским математиком Аланом Конном» [40, с. 244]. Однако, видимо, и это направление исследований находится в предварительной фазе.

6. Еще об одной идее избавиться в теории струн от классического пространства-времени пишет Р. Пенроуз: «Одна из версий „струнной философии", о которой мне довелось слышать, состоит в том, что мы должны рассматривать физику как „реальную" *двумерную* квантовую теорию поля, при этом геометрическое понятие 10-мерного пространства-времени оказывается вторичным по отношению к более примитивной „реальности" самого двумерного струнного мирового листа. Все следует описывать в терминах „возбуждений струн", которые надлежит рассматривать просто как функции от двух координат, определенные на мировом листе. Эти возбуждения „ощущают" десять пространственно-временных измерений, однако все выглядит как некоторое „поле на 2-мерном листе"» [36, с. 744].

Однако данная программа имеет ряд дефектов. Во-первых, лежащая в ее основе теория по-прежнему является дуалистической, поскольку в ней фактически сохраняется категория пространства-времени, но с несколько иными свойствами. Во-вторых, в этой программе возникает ряд проблем, связанных, в частности, с обоснованием выделенности именно четырех классических пространственно-временных измерений. В результате здесь фактически делается попытка заменить одни проблемы на другие.

Основной довод против программы суперструн основан на наличии третьего дуалистического миропонимания — реляционного, в котором бозонные поля не являются первичными. К сожалению, эта дуалистическая парадигма, имеющая не менее глубокие корни, оказалась на обочине магистральных направлений развития науки в прошлом веке. Реляционная парадигма тесно связана с концепцией дальнодействия, альтернативной концепции близкодействия, лежащей в основе теоретико-полевого подхода.

В реляционном подходе вообще отсутствуют поля переносчиков взаимодействий, а взаимодействия между частицами описываются непосредственно через их характеристики, точнее, через отношения между ними. А если имеются варианты теории, способные описать взаимодействия между частицами без промежуточных бозонных полей, то зачем в основу теории класть требование симметрии (суперсимметрии) между фермионными (полями частиц) и бозонными полями? *С позиций реляционного подхода, основные положения суперсимметричных теорий вообще и теории суперструн, в частности, повисают в воздухе.* Существуют иные каналы, связывающие спинорные и бозонные величины, которые не зависят от суперсимметрии.

В связи с данным замечанием позволим себе напомнить об отношении к теории струн Р. Фейнмана, который, как известно, был сторонником реляционной парадигмы. Как пишет Б. Грин: «Ричард Фейнман незадолго до своей смерти дал ясно понять, что он не верит в то, что теория струн является единственным средством для решения проблем, в частности, катастрофических бесконечностей, препятствующих гармоничному объединению гравитации и квантовой механики: „По моим ощущениям — хотя я могу ошибаться — существует не один способ решения этой задачи. Я не думаю, что есть только один способ, которым мы можем избавиться от бесконечностей. Тот факт, что теория позволяет избавиться от бесконечностей, не является для меня достаточным основанием, чтобы поверить в ее уникальность“» [40, с. 144].

Глава 7

Пространство-время как система отношений между событиями

Во-первых, объявлю Вам, друг прелестный,
Что вот теперь уж более ста лет,
Как людям образованным известно,
Что времени с пространством вовсе нет;
Что это только призрак субъективный,
Иль попросту сказать один обман.
Сего не знать есть реализм наивный,
Приличный ныне лишь для обезьян.

Владимир Соловьев (1890 г.)

Имеется еще один взгляд на физическую реальность — реляционное миропонимание, основанное на концепции дальнодействия, где осуществляется третья возможность перехода от трех исходных физических категорий к двум обобщенным:

1) к категории пространственно-временных отношений, которые заменяют первичные категории пространства-времени и частиц, и
2) к категории токовых отношений, которая также опирается на две названные первичные категории и заменяет категорию полей переносчиков взаимодействий.

Токовые отношения можно считать проявлением дополнительных размерностей, в некотором смысле соответствующих грассмановым переменным в теоретико-полевом подходе.

Концепция дальнодействия имеет глубокие корни в истории физики и натурфилософии, однако в XX веке ей суждено было оставаться в стороне от магистральных направлений развития теоретической физики. Некоторые даже опрометчиво полагали, что успехи теории поля (концепции близкодействия) доказали несостоятельность концепции дальнодействия. Однако исследования в рамках концепции дальнодействия продолжались и в XX веке, причем на этом пути были получены чрезвычайно интересные результаты принципиального характера. Вершиной этого подхода оказалась теория прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана. После некоторого подъема исследовательского интереса к ней внимание затем угасло по нескольким причинам. Главной из них следует считать тот факт, что она строилась на базе готового (плоского) пространства-времени, т. е. осуществлялся переход к дальнодействующему (реляционному) характеру взаимодействий, но не учитывалась реляционная природа самого пространства-времени.

Для построения цельной реляционной картины мира необходим был соответствующий математический аппарат. К тому времени он уже существовал, но не попал в поле зрения физиков, развивавших реляционный подход. Здесь имеется в виду теория систем отношений, которая была разработана Ю. И. Кулаковым в 1960-е годы, исходя из совсем других соображений, и названа теорией физических структур [17, 41]. В этой главе раскрывается ее суть и на этой основе переосмысливается содержание теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера—Фейнмана.

7.1. Реляционная концепция пространства-времени

Обобщенная категория пространственно-временных отношений, которая объединяет в себе категории пространства-времени и частиц, принципиально отличается от безликого плоского пространственно-временного фона (в триалистической, или теоретико-полевой парадигмах) и от фона, вбирающего в себя поля и прогибающегося под внесенной в него материей (в геометрической парадигме). В реляционном подходе нет априорно заданного фона, а есть лишь отношения между событиями, происходящими с материальными объектами (частицами).

Примечательно, что становление специальной теории относительности происходило в русле именно реляционного подхода. Даже создавая общую теорию относительности, Эйнштейн, вслед за Махом, мыслил в духе этого же реляционного подхода, чему имеется множество письменных свидетельств.

7.1.1. К истории реляционной концепции пространства и времени

Раскрытие сути физического пространства-времени относится к числу кардинальных вопросов фундаментальной физики и всего естествознания в целом. Возникнув в трудах античных мыслителей, эта проблема уже в не столь отдаленное время занимала центральное место в мировоззрении Э. Маха. В книге «Познание и заблуждение» он писал: «Можно, пожалуй, сказать, что главным образом именно со времени Ньютона время и пространство стали теми *самостоятельными* и однако *бестелесными* сущностями, которыми они считаются по настоящее время... Для Ньютона время и пространство представляют нечто *сверхфизическое*; они суть *первичные*, независимые *переменные*, непосредственно недоступные, по крайней мере, точно не определимые, направляющие и регулирующие все в мире. Как пространство определяет движение отдаленнейших планет вокруг Солнца, так время делает *согласными* отдаленнейшие небесные движения с незначительнейшими процессами здесь на земле. При таком взгляде мир становится *организмом*, или — если предпочитают это выражение — *машиной*, все части которой согласно применяются к движению *одной* части, руководствуются до известной степени *одной* единой волей, и нам остается только неизвестной *цель* этого движения. Этот взгляд лежит, как наследие Ньютона, в основе и современной физики, хотя, может быть, чувствуется некоторое нежелание открыто это признать» [12, с. 421]. Эти слова не утратили своей актуальности и в наши дни.

Взгляды на суть пространства и времени, которые высказывались, с одной стороны, Аристотелем, Г. Лейбницем, Э. Махом, а с другой стороны, — Демокритом, И. Ньютоном и большинством современных физиков, отражают два подхода в его понимании: **реляционный и субстанциальный**. Последний достаточно хорошо известен, поскольку его придерживается подавляющее большинство естествоиспытателей. Реляционный же подход нуждается в пояснении.

Напомним высказывания видных сторонников реляционного подхода. Так, Г. Лейбниц в письмах к С. Кларку (а фактически к И. Ньютону) писал: «Я неоднократно подчеркивал, что считаю *пространство*, так же как и время, чем-то чисто относительным: пространство — *порядком существования*, а время *порядком последовательностей*... Для опровержения мнения тех, которые считают пространство субстанцией или, по крайней мере, какой-то абсолютной сущностью, у меня имеется несколько доказательств» [42, с. 441].

Позиция Лейбница разделялась Э. Махом, считавшим категории абсолютного пространства и времени «бессмысленными». Лейбниц и Мах полагали, что в отсутствии тел не существует ни пространства, ни времени. Но, что предлагалось взамен идеи абсолютного пространства-времени? Ответ был намечен в высказываниях Э. Маха: «Время и пространство существуют в определенных отношениях физических объектов, и эти отношения не только вносятся нами, а существуют в связи и во взаимной зависимости явлений» [12, с. 372]. «Мы можем сказать, что *во временной зависимости выражаются простейшие непосредственные физические отношения*» [12, с. 417]. «*В пространственных отношениях находит свое выражение посредственная физическая зависимость*» [12, с. 417].

Отношения — вот то ключевое понятие, которое и у Лейбница, и у Маха заменяет идею абсолютного пространства и времени. Данное понятие послужило в качестве исходного основания при обозначении реляционного (англ. relation, латин. relativus — относительный) подхода. Попутно заметим, что термины «реляционный» и «релятивистский» имеют различное значение. Кроме того, не следует понимать «отношение» в алгебраическом смысле как результат деления одной величины на другую. Утвердившийся термин ближе по своему значению к общепринятому пониманию отношений между людьми и является как бы числовой характеристикой плохих (отрицательных) или хороших (положительных) отношений.

Отношение в геометрии — это не что иное, как *метрика* (*расстояния*). Однако в современном изложении геометрии, как правило, исходят из координатной системы в многообразии той или иной размерности, а затем через разности координат двух точек задаются расстояния (метрика). Но возможен и другой ход рассуждений: начать с расстояний, — парных отношений между точками, — а затем уже из них получать координаты и все другие понятия. Упоминание о таком подходе к геометрии мы находим уже у Э. Маха, который писал: «Интересную попытку обосновать евклидову и неевклидову геометрию на одном понятии расстояния мы находим у Ж. Де Тилли (1880 г.)» [12, с. 380]. Элементы реляционного подхода к геометрии прослеживаются также в работах Ф. Клейна (1849–1925). Значительно позднее в этом же духе была написана книга К. М. Блюменталя «Теория и применение геометрии расстояний» (1953 г.).

7.1.2. Теория пространственно-временных отношений

1. Во второй главе было дано реляционное определение размерности через равные нулю определители Кэли—Менгера, построенные из парных отношений (квадратов расстояний) между некоторым количеством точек. Отмечалось, что это определение годится как для континуума, так и для дискретного набора точек. В реляционном подходе рассматриваются лишь физические события, т. е. имеется в виду дискретный набор точек-событий. Более того, выписанные там равные нулю определители Кэли—Менгера предлагается считать *законами*, т. е. ключевыми соотношениями между элементами (точками) соответствующих геометрий. Из парных отношений и миноров определителя Кэли—Менгера можно построить все понятия геометрии.

2. В специальной теории относительности в качестве отношений вместо расстояний выступают **интервалы** s_{ik} между парами событий i и k. Как известно, квадрат интервала, являясь характеристикой единой категории пространственно-временных отношений, определяется разностью квадратов промежутков времени и расстояний между парами событий. Отдельно понятия расстояния и времени имеют относительный (условный) характер, выделяемый из первичного понятия интервала. С другой стороны, ***в понятии интервала между событиями неявно присутствует категория частиц, с которыми произошли рассматриваемые события. Без материальных объектов (частиц) становятся бессмысленными понятия интервалов и вообще пространственно-временные отношения.***

3. В реляционном подходе вместо априорно заданного пространства-времени триалистической, или теоретико-полевой парадигм выступает совокупность отношений между парами событий которую можно представить в виде гигантской **мировой матрицы**, где по горизонтали и вертикали обозначены события, а элементами матрицы являются квадраты интервалов. Работать с такой матрицей чрезвычайно трудно.

4. Счастливым обстоятельством мирового устройства явилось то, что для элементов мира — событий — имеют место симметрии, позволяющие иметь дело не со всей гигантской матрицей, а со свойствами отношений между неким конечным числом элементов (событий), причем эти свойства оказываются справедливыми и для всех других аналогичных наборов элементов. Таковым и является равенство нулю определителя Кэли—Менгера, построенного на 6 точках-событиях. Выберем произвольные точки-события i, k, a, b, c, d, тогда, как уже отмечалось, квадраты интервалов между ними удовлетворяют условию

$$\Phi_{(6)} \equiv D_{ikabcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ik}^2 & s_{ia}^2 & s_{ib}^2 & s_{ic}^2 & s_{id}^2 \\ 1 & s_{ki}^2 & 0 & s_{ka}^2 & s_{kb}^2 & s_{kc}^2 & s_{kd}^2 \\ 1 & s_{ai}^2 & s_{ak}^2 & 0 & s_{ab}^2 & s_{ac}^2 & s_{ad}^2 \\ 1 & s_{bi}^2 & s_{bk}^2 & s_{ba}^2 & 0 & s_{bc}^2 & s_{bd}^2 \\ 1 & s_{ci}^2 & s_{ck}^2 & s_{ca}^2 & s_{cb}^2 & 0 & s_{cd}^2 \\ 1 & s_{di}^2 & s_{dk}^2 & s_{da}^2 & s_{db}^2 & s_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \qquad (7.1)$$

означающему, что 5-мерный объем образованного ими симплекса равен нулю.

Это соотношение предлагается считать **законом классических пространственно-временных отношений**, который рассматривается в качестве первого ключевого постулата, характеризующего реляционный подход к физике.

5. Назовем основные понятия и свойства реляционной теории пространственно-временных отношений.

Рангом закона (7.1) назовем число точек-событий $r = 6$, для которых он записан. Ранг связан с общепринятым геометрическим понятием размерности n соотношением

$$n = r - 2 \quad \to \quad 4 = 6 - 2. \qquad (7.2)$$

Фундаментальной симметрией пространственно-временных отношений назовем свойство любых 6 точек-событий удовлетворять закону (7.1). В реляционном подходе фундаментальная симметрия заменяет общепринятые симметрии пространства-времени Минковского, описываемые 10-параметрической группой Пуанкаре.

Базис пространственно-временных отношений задается 4 эталонными точками-событиями, относительно которых можно определить координаты всех точек-событий, входящих в мировую матрицу. Для избранного базиса из четырех элементов парные отношения полагаются раз навсегда заданными. Базис системы отношений соответствует понятию тела отсчета в теории относительности.

Четверку координат точек-событий можно понимать как функцию парных отношений этого события относительно 4 точек-событий базиса. В этом легко убедиться, рассматривая закон (7.1) как уравнение для парного отношения s_{ik}^2, полагая остальные 4 элемента a, b, c, d эталонными. Тогда выделенное парное отношение будет являться функцией 4 парных отношений элемента i относительно 4 базисных элементов, 4 парных отношений элемента k относительно базиса и раз навсегда заданных парных отношений между базисными элементами. Таким образом, понятия координат не вводятся, а определяются из закона системы отношений. Как и в случае 3-мерного евклидова пространства их можно выразить через миноры определителя Кэли—Менгера в законе (7.1).

6. Легко убедиться, что парные отношения в законе (7.1) можно представить через параметры (декартовы координаты) точек-событий следующим образом

$$s_{ik}^2 = (x_i^0 - x_k^0)^2 - \sum_{l=1}^{3}(x_i^l - x_k^l)^2 \equiv \tau_{ik}^2 - l_{ik}^2. \qquad (7.3)$$

Очевидно, закон (7.1) выполняется тождественно при подстановке в него (7.2).

Отметим, что закон (7.1) не позволяет однозначно фиксировать сигнатуру 4-мерного многообразия. Допускаются сигнатуры: $(++++)$, $(+---)$, $(++--)$ и эквивалентные сигнатуры с заменой знаков плюс на минусы и наоборот. Следовательно, необходимы дополнительные аксиомы, выделяющие сигнатуру $(+---)$. Эти аксиомы соответствуют блоку аксиом частичной упорядоченности, которые часто задают раньше метрических аксиом. Последние согласовываются с упорядоченностью событий. Времени-подобные события имеют $s^2 > 0$, а пространственно-подобные характеризуются $s^2 < 0$. Точки-события с равным нулю интервалом принадлежат изотропному конусу данного базиса.

7. С помощью миноров определителя Кэли—Менгера из (7.1) и разделения точек-событий на пространственно- и времени-подобные можно выделить **3-мерные пространственно-подобные сечения** и тем самым определить *системы отсчета* наблюдателей. Так, например, если с наблюдателем произошло событие a, то, чтобы задать пространственное сечение, содержащее a, достаточно выбрать еще три (эталонные) пространственно-подобные к a точки-события: b, c, d, для которых $D_{abcd} \neq 0$, а четыре события a, b, c, d можно объявить одновременными. Задаваемому сечению принадлежат все пространственно-подобные к выделенным четырем точки-события p, для которых $D_{abcdp} = 0$ (см. (2.3)). Таким образом выделяется 3-мерная евклидова геометрия.

8. Переходы между системами отсчета, выражаемые в стандартной теории относительности преобразованиями Лоренца, в реляционном подходе соответствуют **переходам от одного базиса к другому**, т. е. к иному набору эталонных элементов.

9. Можно было бы продолжить изложение теории пространственно-временных отношений в сугубо реляционном подходе. Однако ограничимся выводом, который имеет принципиально важное значение для дальнейшего изложения: *все геометрические понятия пространственно-временных отношений могут быть выражены через миноры определителя Кэли—Менгера в законе* (7.1). *И обратно, все миноры закона непосредственно или в комбинациях могут быть наделены некоторым геометрическим смыслом.*

7.1.3. Теория унарных физических отношений (структур)

В рамках иных идеологических предпосылок Ю. И. Кулаковым [17, 41, 43], Г. Г. Михайличенко (см [44]) и В. Х. Львом разрабатывалась программа по поиску возможных видов законов для парных отношений между r элементами произвольной природы, исходя из свойств фундаментальной симметрии между элементами.

Задача ставилась следующим образом. Постулировалось существование неких законов в виде равенства нулю некоторой алгебраической функции $\Phi_{(r)}$ от $r(r-1)/2$ вещественных парных отношений типа a_{ik}:

$$\Phi_{(r)}(a_{ik}, a_{ij}, \ldots, a_{jk}, \ldots) = 0. \qquad (7.4)$$

Условие равноправности (фундаментальной симметрии) всех элементов, а также предположение о непрерывности множества элементов позволяли записать систему функционально-дифференциальных уравнений, из решений которых находились возможные виды законов $\Phi_{(r)} = 0$ и выражения для парных отношений a_{ik}. Особое внимание уделялось выявлению всех возможных решений и доказательству отсутствия каких-либо иных их видов. Полученная таким образом совокупность результатов составила математическую часть так называемой *теории (унарных) физических структур* (на одном множестве элементов).

Рис. 7.1. Ю. И. Кулаков (р. 1927). Фото автора

Теорию физических структур (систем отношений) на одном множестве элементов можно проиллюстрировать с помощью рисунка 7.3, где в множестве $\mathcal{M}$ равноправных элементов выделено r элементов, обведенных рамкой, для которых ищется закон.

Этот набор может быть заменен на любой другой набор из r элементов.

В работах Г. Г. Михайличенко[1)] и В. Х. Льва были найдены все возможные законы для унарных систем вещественных отношений (УСВО) рангов $r = 3, 4, 5$. Не останавливаясь на методике решений систем функционально-дифференциальных уравнений, лишь отметим, что с увеличением ранга существенно возрастают трудности нахождения законов. В самом общем виде поставленную задачу

[1)] Многочисленные результаты исследований Г. Г. Михайличенко в области теории структур изложены в его монографиях, предназначенных для специалистов: «Математический аппарат теории физических структур». Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского ун-та, 1997; «Полиметрические геометрии». Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та. 2001.

Рис. 7.2. Г. Г. Михайличенко (р. 1942). Фото автора

удалось решить лишь для рангов $r = 3, 4, 5$. Показано, что для каждого из этих рангов r существует несколько решений. Так, для ранга $r = 5$ имеется 10 и только 10 различных решений, которые, как оказалось, соответствуют известным геометриям: Евклида, Лобачевского, Римана (пространств постоянной положительной кривизны) и некоторым другим. Для рангов 4 и 3 их меньше.

Для всех унарных систем отношений (геометрий в реляционной форме) выполняется соотношение $n = r - 2$, где r — ранг закона, а n — размерность геометрии. В силе остается и сформулированное выше понятие элементарного базиса (набора эталонных элементов), а также свойство выражаемости координат (параметров) элементов через их отношения к базисным элементам.

Отметим, что когда решения функционально-дифференциальных уравнений получены, можно отбросить условия непрерывности и использовать найденные законы для дискретных наборов элементов (точек).

В излагаемой здесь реляционной концепции геометрии и физики учтены результаты названных исследований. Выписанные выше законы для 3-мерной евклидовой геометрии и 4-мерного пространства-времени Минковского представляют собой один из частных случаев решений функционально-дифференциальных уравнений.

Другой класс, так называемых *невырожденных УСВО* (структур), характеризуется законом УСВО ранга (5), записываемым в виде равенства нулю неокаймленного определителя из симметричных парных отношений $a_{ik} = a_{ki}$ между 5 элементами (точками):

$$\Phi_{(5)}\left(a_{ik}, a_{im}, \cdots\right) = \begin{vmatrix} 1 & a_{ik} & a_{im} & a_{in} & a_{ip} \\ a_{ki} & 1 & a_{km} & a_{kn} & a_{kp} \\ a_{mi} & a_{mk} & 1 & a_{mn} & a_{mp} \\ a_{ni} & a_{nk} & a_{nm} & 1 & a_{np} \\ a_{pi} & a_{pk} & a_{pm} & a_{pn} & 1 \end{vmatrix} = 0. \qquad (7.5)$$

Показано, что этот закон тождественно выполняется, если парные отношения имеют вид скалярного произведения двух 4-мерных векторов, нормированных на единицу (или иное фиксированное число):

$$a_{ik} = u^{\mu}_{(i)} u_{\mu(k)}, \qquad (7.6)$$

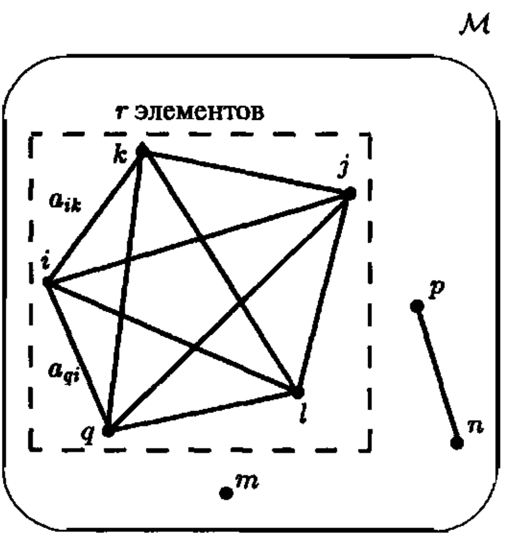


Рис. 7.3. Унарная теория отношений (теория структур на одном множестве элементов)

где $u^{\mu}_{(i)}$ — четыре параметра, характеризующие элемент i. Здесь по индексам μ подразумевается суммирование. В зависимости от сигнатуры данный закон можно поставить в соответствие с четырьмя видами геометрий: римановой геометрии (постоянной положительной кривизны, геометрии Лобачевского (гиперболической геометрии постоянной отрицательной кривизны) и еще двумя геометриями на 3-мерных гиперсферах, вложенных в 4-мерные псевдоевклидовы пространства.

Для УСВО более высоких рангов ясен вид естественных обобщений указанных геометрий на большие размерности, но не доказана теорема отсутствия иных геометрий.

7.2. Концепция дальнодействия

В физике имеет место ситуация, аналогичная сложившейся в геометрии, где утвердилось два подхода к сущности пространства и времени. Здесь также представлены две концепции взаимодействий: **близкодействие и дальнодействие.** Концепция близкодействия согласуется с субстанциальным подходом, т. е. с моделью пространства-времени как сосуда, вместилища всего сущего. С эфиром или без него она отвечает на вопрос, как акт взаимодействия преодолевает пространственно-временную разнесенность объектов и событий. Концепция же дальнодействия соответствует реляционному подходу к сущности пространства-времени и альтернативна концепции близкодействия, на которую опирается доминирующий ныне теоретико-полевой подход к физике.

Заметим, что термин *дальнодействие* в литературе трактуется по-разному. Во-первых, данное понятие может означать взаимодействие между двумя объектами, передающееся на расстоянии без посредников. Во-вторых, этот термин часто ассоциируется с передачей воздействия одного объекта на другой с бесконечной скоростью безотносительно к наличию посредника. В-третьих, данный термин иногда связывается с тем, как быстро с расстоянием убывают соответствующие силы или потенциалы. Подчеркнем, что в этой главе в термин дальнодействие вкладывается именно первый смысл — *передача воздействий без посредников.*

7.2.1. Дальнодействие или близкодействие?

Обычно концепция дальнодействия в естествознании связывается с именем Ньютона, однако он сам не был последовательным ее сторонником. В своих работах он то вводил эфир, соответствующий концепции близкодействия, то исключал его. Видимо, он чувствовал всю глубину этой проблемы, много о ней размышлял, но не смог сделать окончательного выбора. Судя по ряду его высказываниям, письмам и свидетельствам его современников, Ньютон склонялся к мистико-религиозному решению этого вопроса.

Так, начиная с работ Ньютона, в физике возникла дилемма: какая концепция должна лежать в основе физической картины мира — дальнодействие или близкодействие? Предпочтение отдавалось то одной из них, то другой. Так, в середине XIX века доминировала концепция дальнодействия. Главными ее сторонниками выступали ведущие представители немецкой физической школы: В. Вебер, Л. Лоренц, Франц Нейман, Карл Нейман, Г. Т. Фехнер, К. Ф. Целльнер и некоторые другие (см. [15]). К ним примыкали такие известные математики, как Б. Риман и К. Гаусс. Напомним, их имена связаны с открытием неевклидовых геометрий, что привело к созданию общей теории относительности.

Представителями немецкой физической школы было высказано немало соображений, которые существенно опередили свое время и предвосхитили многое из того, что было получено значительно

Рис. 7.4. Р. Фейнман (1918–1988). Из фотоархива автора

позже в рамках реляционного видения мира. Однако, во второй половине XIX века в рамках концепции дальнодействия накопилось слишком много проблем, на которые физика того времени еще не могла дать ответ. Тогда еще не сложились представления об атомарной структуре материи, не были открыты электроны, оставалась невыясненной фундаментальная роль скорости света и т. д.

Были и другие факторы как объективного, так и субъективного (психологического) характера. С концепцией дальнодействия произошла примерно та же история, что и с идеей о многомерии физического мира (с 5-мерной теорией Калуцы). Во второй половине XIX века после работ М. Фарадея и Д. К. Максвелла, увенчавшихся открытием уравнений электромагнитного поля, создавалось впечатление, что в рамках теории поля удается избежать проблем, возникших в теории прямого межчастичного взаимодействия. Концепция близкодействия рассматривалась тогда обладающей рядом неоспоримых преимуществ. В последней четверти XIX века немецкая физическая школа, опирающаяся на концепцию дальнодействия, уступила первенство английской физической школе, а концепция близкодействия (теория поля) более, чем на столетие стала доминирующей.

Однако идеи концепции дальнодействия не были окончательно утеряны и получили свое развитие в работах Э. Маха, воспитанного на идеях немецкой физической школы середины XIX века. Физика многим ему обязана и, главным образом, его глубокому критическому анализу оснований ньютоновой механики, представлений об абсолютных пространстве и времени. Так, рассматривая в своей книге «Познание и заблуждение» соотношение концепций дальнодействия и близкодействия, он писал: «Мысль Ньютона о силах, действующих на расстоянии, была великим умственным событием, которое позволило в течение одного столетия построить однородную математическую физику. В этой мысли выразилась некоторая духовная дальнозоркость. Он видел факт ускорений на расстоянии и признал его важное значение; посредники, передающие эти ускорения, казались ему неясными, и он до времени оставлял их без внимания» [15, с. 441].

В самом начале XX века соотношение двух концепций обсуждал А. Пуанкаре в «Последних мыслях» [15], высказываясь в пользу концепции дальнодействия. В 20-е годы XX века эти идеи получили развитие в работах К. Шварцшильда, Г. Тетроде и А. Д. Фоккера, благодаря которым концепция прямого межчастичного взаимодействия получила четкую математическую формулировку. Было показано, что теория электромагнетизма, построенная на ее основе, согласуется с теорией Максвелла для статических и стационарных электромагнитных явлений. Тогда же были выявлены и основные трудности, препятствовавшие развитию этой теории. Главная из них состояла в равноправности запаздывающих и опережающих взаимодействий.

В нашей стране концепция дальнодействия активно отстаивалась Я. И. Френкелем, о чем свидетельствуют сохранившиеся стенограммы диспутов, которые проходили в Ленинградском политехническом институте в декабре 1929 года и в начале 1930-х годов. На этих диспутах Френкель утверждал: «Я думаю, однако, что мы должны считать фундаментальной реальностью не поле, но материю, т. е. движение и взаимодействие материальных частиц, а электромагнитное поле рассматривать как вспомогательную конструкцию, служащую для более удобного описания этого взаимодействия. Наконец, я полагаю, что оно представляет собой дальнодействие, которое мы никоим образом не должны сводить к какому-то действию и близкодействию, осуществляющемуся через какую-либо промежуточную материальную среду или при помощи материализованных силовых линий. (...) Позвольте прежде всего доказать вам, что физическим абсурдом является именно представление о близкодействии, а физической реальностью, физически обоснованным является представление о дальнодействии. Как нам ни трудно представить себе это дальнодействие, да еще запаздывающее, все же нам необходимо сделать соответствующее усилие для того, чтобы освободиться от тех привычек, которые сложились у нас в эпоху, когда наши познания были недостаточны» (цит. по [2, с. 380]).

Упомянутые диспуты, начавшиеся с обсуждения физических проблем, переросли в дискуссию о выборе одной из двух концепций — близкодействия или дальнодействия, причем участники диспутов так и не пришли к окончательному выводу. Основным докладчиком, отстаивавшим концепцию близкодействия, был профессор политехнического института В. Ф. Миткевич. На первый план им был выдвинут следующий вопрос: Если взять два пространственно разделенных тела и окружить одно из них сферой радиуса, меньшего их взаимного расстояния, то при их взаимодействии пересекает ли нечто разделяющую их сферу? В зависимости от ответа «да» или «нет» участники диспута делились соответственно на сторонников близкодействия или дальнодействия. Сам Миткевич говорил решительное «да». Френкель, бывший его главным оппо-

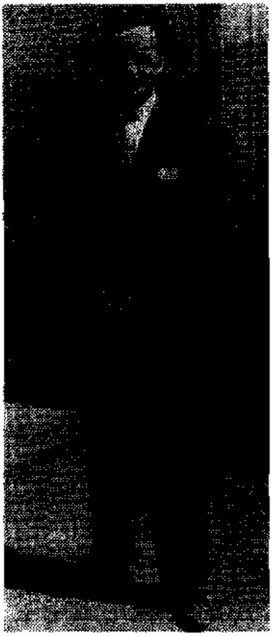


Рис. 7.5. Ф. Хойл (1915–2001). Фото автора

нентом, занял противоположную позицию. Мнения участников разделились. На стороне Френкеля были А. Ф. Иоффе, И. Е. Тамм, С. И. Вавилов, Г. А. Гамов и ряд других видных физиков, тогда как Миткевича поддерживали ученые, имена которых уже мало что говорят современным читателям. Главный итог диспутов состоял в констатации наличия двух взаимно исключающих позиций.

В середине XX века концепция дальнодействия развивалась в работах Р. Фейнмана, Ф. Хойла, Дж. Нарликара и других авторов. В частности, стремясь распространить концепцию дальнодействия на квантовую теорию, Фейнман разработал специфическую формулировку квантовой механики, известную ныне как метод континуального интегрирования. В своей Нобелевской лекции он говорил, что те результаты, за которые ему была присуждена премия, были получены на основе соображений в духе концепции дальнодействия.

Дискуссия о выборе той или иной из двух концепций чрезвычайно важна для понимания природы пространства-времени, поскольку в рамках концепции дальнодействия становится бессмысленным рассматривать те точки, где отсутствуют тела (события).

7.2.2. Теория прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия

1. В XX веке концепция дальнодействия в наиболее развитом виде была представлена теорией прямого межчастичного взаимодействия (action-at-a-distance) Фоккера—Фейнмана. В соответствии с приведенным пониманием дальнодействия в этой теории категория полей (переносчиков взаимодействий) исключается из числа исходных понятий: поля вводятся на некотором этапе развития теории, но *лишь* как вторичные вспомогательные понятия, строящиеся из характеристик частиц. Можно сказать, что в теории прямого межчастичного взаимодействия категории пространства-времени и частиц, характерные для данного видения мира, берут на себя функции оставшейся категории полей переносчиков взаимодействий.

В прошлом веке теория прямого межчастичного взаимодействия составляла боковую ветвь теоретической физики, поэтому она не входила в вузовские программы и, следовательно, не получила должного освещения.

2. Кратко поясним суть теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера—Фейнмана (более подробно см. в [45]). Ключевым понятием в ней являются вклады в динамическое действие от парных взаимодействий частиц, которые представляют собой не что иное как *парные отношения* между частицами. Они записываются следующим образом

$$S^{(e)}_{int}(i,k) = -\frac{1}{c}\iint j^{\mu}_{(i)} j_{(k)\mu}\delta(s^2(i,k))\,ds_i\,ds_k, \qquad (7.7)$$

где e_i и e_k — электрические заряды двух частиц i и k,

$$j^{\mu}_{(i)} = \frac{e_i\,dx^{\mu}_i}{ds_i}$$

— вектор 4-тока частицы с номером i; ds_i, ds_k — смещения вдоль мировых линий частиц. Интегрирование производится вдоль мировых линий выделенных частиц. Особо подчеркнем тот факт, что в этом выражении отсутствуют характеристики электромагнитного поля, но при желании их можно ввести через характеристики одной из взаимодействующих частиц.

3. Под знаком интеграла в (7.7) стоят два инвариантных парных отношения, которые соответствуют двум обобщенным категориям. Слагаемое $j^{\mu}_{(i)} j_{(k)\mu}$ — скалярное произведение токов двух взаимодействующих частиц — характеризует токовое парное отношение, для которого имеет место закон парных отношений вида (7.5). Чтобы это показать, нужно использовать упрощенную модель макротел, составленных из идеализированных микрочастиц с одинаковыми по модулю зарядами, отличающимися лишь знаками. Взаимодействие между двумя макротелами с произвольными зарядами q_i определяются через суммы всех возможных пар составляющих их микрочастиц.

4. Выражение $s^2(i,k)$ во втором слагаемом под интегралом — квадрат интервала между точками на мировых линиях двух частиц — характеризует пространственно-временное отношение, закон для которого записан в (7.1). Дельта-функция от квадрата интервала представляется в виде:

$$\delta(s^2(i,k)) = \delta(c^2 t_{ik}^2 - r_{ik}^2) = \frac{1}{2|r_{ik}|}\left[\delta(ct_{ik} - r_{ik}) + \delta(ct_{ik} + r_{ik})\right], \quad (7.8)$$

где t_{ik} и r_{ik} — промежуток времени и расстояние между положениями взаимодействующих частиц.

5. Представление δ-функции в виде двух частей справа в (7.8) означает, что при фиксированном положении частицы i в некоторый момент времени t_0 (на ее мировой линии) взаимодействие между частицами происходит при двух положениях второй частицы k: в предшествующий момент t' и в будущий момент t'', соответствующих двум пересечениям конусов прошлого и будущего (с вершиной на мировой линии первой частицы в момент t_0) с мировой линией второй частицы (см. рис. 7.6).

С точки зрения частицы i, взаимодействие, определяемое положением второй частицы в момент t', называется *запаздывающим*, а положением в момент t'' — *опережающим*. Таким образом, согласно принципу Фоккера, запаздывающее и опережающее взаимодействия присутствуют симметричным образом. В 20-х – 30-х годах XX века это представляло основную трудность теории прямого межчастичного взаимодействия, которая была преодолена в 1945 году

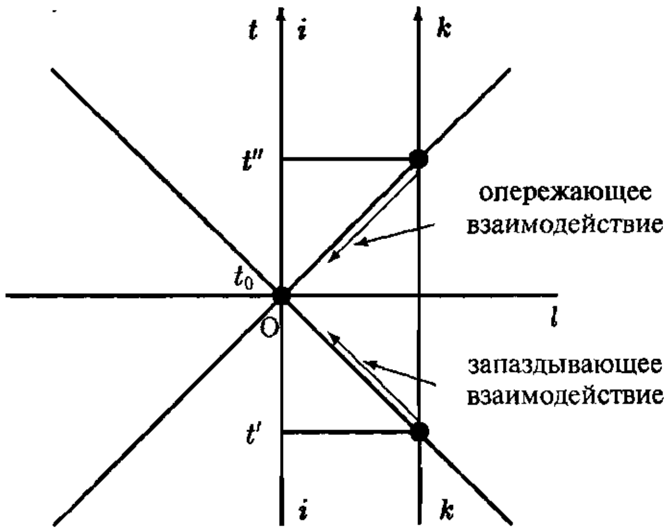


Рис. 7.6. Опережающее и запаздывающее взаимодействия двух частиц

в работе Р. Фейнмана и Дж. Уилера [46] на основе идеи мирового поглотителя.

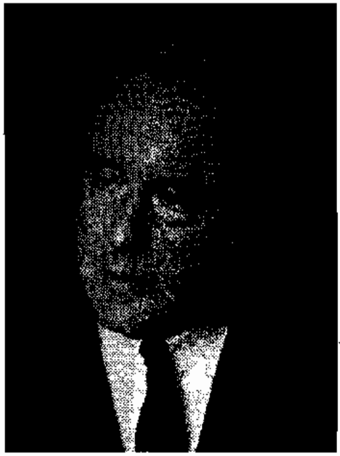


Рис. 7.7. Дж. А. Уилер (1911–2008). Фото автора

6. Заметим, что доминирующая ныне концепция близкодействия опирается, по-существу, на нерелятивистское понятие контакта, означающее, что взаимодействие осуществляется, когда расстояние между частицами i и k равно нулю ($r_{ik} = 0$). Частица взаимодействует с полем, находящимся в этой же точке, затем поле последовательно передает воздействие от одной точки пространства к другой, бесконечно близкой, по цепочке пока не достигнет положения второй частицы. В релятивистской теории, как известно, время и пространство объединяются в одно 4-мерное многообразие. Релятивистски неинвариантное понятие расстояния r_{ik} следует заменить на релятивистски инвариантное понятие интервала

$$s_{ik} = \sqrt{c^2 t_{ik}^2 - r_{ik}^2}.$$

Тогда релятивистское понятие контакта означает $s_{ik} = 0$, что соответствует взаимодействию (контакту) частиц на изотропных конусах с вершинами в местах расположения частиц. В этом смысле *можно считать теорию запаздывающего дальнодействия более соответствующей релятивистской идеологии (теории относительности), нежели общепринятую теорию поля.*

7. Два вида отношений в реляционной теории — пространственно-временные и токовые — соответствуют часто используемому понятию «*расслоенного пространства*», состоящего из *базы* и *слоя*. Базу образует классическое (координатное) пространство-время. А слой, под которым понимается касательное пространство, или пространство скоростей, принято определять через смещения в базе (в координатном пространстве). В реляционном же подходе база и слой описываются двумя разными законами, имеющими самостоятельный характер.

8. В связи с двумя типами отношений в реляционной теории следует упомянуть своеобразную симметрию между координатным и импульсным пространствами в гамильтоновой формулировке классической механики. Особенно важна она в квантовой механике, где рассматриваются два представления теории: координатное и импульсное. Для точностей измерений координат и импульсов имеет место принцип неопределенностей Гейзенберга. Обсуждение соотношения между координатным и импульсным пространствами в свое время даже привело к постановке вопроса: какое из них является более первичным. В реляционном подходе к классической физике этим двум пространствам соответствуют свои законы.

7.2.3. Принцип Маха

1. В 1945 году Р. Фейнман и Дж. Уилер показали [46], что трудность в теории электромагнитного взаимодействия, связанную с симметрией запаздывающих и опережающих воздействий, можно преодолеть, если учесть вклады во взаимодействия между любыми двумя зарядами со стороны всех других зарядов Вселенной — своеобразный «отклик Вселенной» на процесс «излучения» (на акт взаимодействия). Методика корректного учета отклика Вселенной составила важную часть всей теории прямого межчастичного взаимодействия, названной Фейнманом и Уилером *теорией* поглотителя. Она основана на трех постулатах[2]:

1) ускоренный заряд в пустом пространстве «не излучает»;
2) силы, действующие на любую частицу, слагаются из вкладов взаимодействий со всеми другими частицами Вселенной;
3) эти взаимодействия являются наполовину опережающими и наполовину запаздывающими, эквивалентными соответствующим половинам решений Лиенара—Вихерта уравнений Максвелла.

В упомянутой работе 1945 года отмечалось: если во Вселенной имеется достаточно большое число заряженных частиц, то суммарное воздействие их на частицу-приемник излучения полностью компенсирует опережающее взаимодействие от источника. Кроме того, опережающая часть того же суммарного воздействия, суммируясь с запаздывающим воздействием источника на приемник, приводит к наблюдаемому на опыте запаздывающему взаимодействию.

[2] Формально они относятся и к гравитационному, и к иному взаимодействию.

Другой принципиально важный результат, следующий из учета поглотителя, состоит в том, что сам «излучающий» источник i получает дополнительное воздействие в виде силы

$$f = \frac{2e_i^2}{3c^3}\frac{da_i}{dt}. \tag{7.9}$$

В итоге уравнение движения «излучающей» частицы i имеет вид

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] + \frac{2e^2}{3c^3}\frac{d^2\vec{v}}{dt^2}, \tag{7.10}$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ — внешние напряженности электрического и магнитного воздействий. Таким образом, *в теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия автоматически возникает сила радиационного трения, которая оказывается обусловленной воздействием на «излучающую» частицу со стороны всех частиц окружающей Вселенной.*

Следует вспомнить, сколько усилий было затрачено на объяснение силы радиационного трения в рамках традиционной теории поля (в физическом видении мира), причем там до сих пор не устранены все трудности.

Заметим, приведенные результаты не однозначны. Неявно был использован существенный постулат, что любое воздействие (излучение) от источника будет поглощено окружающей материей Вселенной, а воздействие на заряд j со стороны источников из прошлого практически равно нулю. Всю изложенную схему рассуждений можно перевернуть. Для этого достаточно постулировать, что в будущем отсутствуют возможные поглотители, тогда как в прошлом имеется достаточно много источников (постулат «абсолютного излучателя»). В этом случае суммарное запаздывающее воздействие от i на j (с учетом отклика Вселенной) обращается в нуль, а опережающее воздействие удваивается. Следовательно, для выбора одной из указанных схем рассуждений необходимы дополнительные соображения. Фактически здесь встает *проблема обоснования направления «стрелы времени»* (по образному выражению А. Эддингтона), т. е. направленности всей эволюции физического мира в будущее. В работах Фейнмана и Уилера были использованы термодинамические соображения, однако рядом авторов для этой цели стали привлекаться свойства космологических моделей.

Фейнмановская теория поглотителя, т. е. учет взаимодействия с частицами всей окружающей Вселенной, соответствует принципу

Маха и взглядам немецкой физической школы середины XIX века, согласно которым физический мир представляет собой неразрывное целое, так что свойства его отдельных частей, обычно понимаемые как локальные (присущие отдельно взятым системам), на самом деле обусловлены распределением всей материи мира, или глобальными свойствами Вселенной. Мах писал: «Дело именно в том, что природа не начинает с элементов, как мы вынуждены начинать. Для нас во всяком случае счастье то, что мы в состоянии временами отвлечь наш взор от огромного целого и сосредоточиться на отдельных частях его. Но мы не должны упускать из виду, что необходимо впоследствии дополнить и исправить дальнейшими исследованиями то, что мы временно оставили без внимания» [12, с. 199].

Уже в середине XX века Ф. Хойл и Дж. В. Нарликар в духе принципа Маха пришли к следующему заключению: «Во многих проблемах возможно „отделить“ эффект Вселенной в том смысле, что влияние Вселенной остается эффективно постоянным внутри рассматриваемого пространственно-временного объема, к которому относятся эти проблемы. (...) Если читатель допустит на мгновение, что такая точка зрения верна, то ему станет ясно, что, вероятно, более легки именно те проблемы, в которых Вселенная проявляется в виде постоянного влияния окружающей среды, нежели те, в которых это влияние переменно» [47, с. 2].

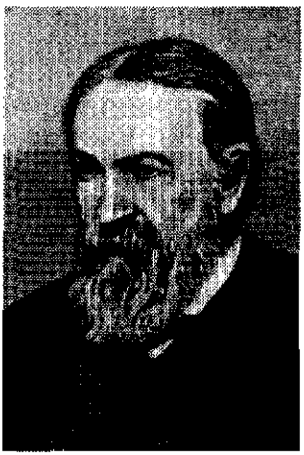


Рис. 7.8. Э. Мах (1838–1916)

Подобная позиция распространялась Махом буквально на все обсуждаемые в его время физические понятия и явления. Видимо, отсюда и возникло множество интерпретаций принципа Маха. Так, *в самом широком смысле под принципом Маха следует понимать идею об обусловленности локальных свойств частиц закономерностями и распределением всей материи мира, т. е. глобальными свойствами Вселенной.* Это относится к обсужденному выше отсутствию опережающих взаимодействий, к появлению сил радиационного трения, к значениям масс частиц и ко многим другим свойствам материи.

Во время приезда в нашу страну в 1971 году Дж. А. Уилер в беседе с теоретиками МГУ поднял вопрос: почему все электроны мира обладают одинаковыми электрическими зарядами независимо от места и способа наблюдения? И сам же и дал ответ на него, написав на стене кафедры теоретической физики над уже упоминавшейся фразой Нильса Бора слова: «Не может быть физики элементарных частиц, имеющей дело лишь с частицами». И расписался: «Ученик Н. Бора». Из этой фразы и из содержания беседы следовало, что Уилер имел в виду влияние всех частиц мира на отдельные взаимодействующие частицы.

Наиболее часто принцип Маха понимается как обусловленность *инертных масс* распределением всей материи Вселенной (об этом более подробно см. в [48, с. 500]).

Наконец отметим, что идеи Маха были возведены в ранг принципа А. Эйнштейном в 1919 году: «Принцип Маха: G-поле (метрическое поле. — *Ю. В.*) полностью определено массами тел. Масса и энергия, согласно следствиям специальной теории относительности, представляют собой одно и то же; формально энергия описывается симметричным тензором энергии: это означает, что G-поле обуславливается и определяется тензором энергии материи» [26, с. 613]. В примечании Эйнштейн разъясняет: «Название „принцип Маха“ выбрано потому, что этот принцип является обобщением требования Маха, что инерция должна сводиться к взаимодействию тел».

7.2.4. Объединение гравитации и электромагнетизма

1. Линеаризованный вариант теории прямого межчастичного гравитационного взаимодействия был развит в 1960-е годы и состоял в замене в формуле (7.7) токов электромагнитно взаимодействующих частиц на тензоры энергии-импульса гравитационно взаимодействующих частиц. Это соответствует, во-первых, замене скоростей частиц на квадраты скоростей и, во-вторых, замене произведений электрических зарядов на произведения их масс. Позднее было установлено, что для перехода от линеаризованного варианта теории Эйнштейна к общему нелинейному случаю необходимо обобщить принцип Фоккера, добавив в действие слагаемые, учитывающие трех-, четырех- и более частичные взаимодействия (отношения).

2. На указанные процедуры, которые приводят к реляционному описанию гравитационного взаимодействия, соответствующего общей теории относительности, можно взглянуть под новым углом зрения. Для этого опять обратимся к закону токовых отношений, который выражается равенством нулю определителя в (7.5). Как уже отмечалось для случая пространственно-временных отношений, характеризуемых другим законом (7.1), миноры соответствующего определителя Кэли—Менгера имели некий геометрический смысл. Через них выражались площади, объемы, углы, сами координаты и т. д. В связи с этим возникает вопрос: имеют ли какой-то физический смысл миноры определителя в законе токовых отношений? Естественно ожидать некое *единообразие в проявлениях двух реляционных категорий: пространственно-временной и токовой.* Очевидно, что миноры минимального первого порядка содержатся в действии электромагнитного взаимодействия (7.5). Оказывается, **диагональные миноры второго порядка соответствуют линеаризованному гравитационному взаимодействию.**

3. Установление этого факта позволяет вскрыть ряд любопытных обстоятельств. Прежде всего отметим, что в полученном выражении *масса частиц является пропорциональной квадрату электрического заряда* идеализированных микрочастиц. Напомним, что электрические заряды полагались одинаковыми по модулю, но двух знаков. Следовательно, квадраты зарядов могут принимать лишь положительные значения, что соответствует свойствам масс. Более того, масса макротела отлична от нуля даже в случае электрически нейтральных тел.

4. Однако тут же сразу встает вопрос о значениях масс идеализированных микрочастиц. Если положить их заряд равным заряду электрона, то масса оказывается чрезвычайно большой, порядка планковской массы $m_{Pl} \simeq 10^{-5}$ г. Это противоречие устраняется, если учесть, что при построении обобщенного действия, характеризующего электромагнитное и гравитационное взаимодействия, приходится складывать вклады от миноров разного порядка, что диктует введение некого коэффициента C перед минором второго порядка. Надлежащим выбором этого коэффициента можно добиться реалистичных значений масс идеализированных микрочастиц. Так, для получения массы нуклона следует положить $C \simeq 10^{-36}$. Следовательно, *весовой коэффициент C играет роль перенормирующего фактора, переводящего значение планковской массы до приемлемого значения.* Это аналогично процедуре перенормировки бесконечных масс частиц в квантовой теории поля или планковских масс в многомерных геометрических моделях физических взаимодействий типа теории Калуцы.

5. В данном подходе *гравитационное взаимодействие оказывается производным от электромагнитного взаимодействия и выступает как бы неким его квадратом*. Оно отлично от нуля даже в случае взаимодействия электрически нейтральных тел.

Следы показанной здесь связи гравитации и электромагнетизма можно усмотреть уже в 5-мерной теории Калуцы, где четыре смешанные компоненты метрического тензора $G_{\mu 5}$ отождествляются с компонентами векторного потенциала электромагнитного поля A_μ, а физически интерпретируемыми компонентами 4-мерной метрики, характеризующими гравитационное взаимодействие, являются не просто 4-мерные части 5-мерного метрического тензора $G_{\mu\nu}$, а специальные комбинации из них с квадратичными выражениями из компонент электромагнитного векторного потенциала (3.3). Этот факт соответствует дополнительным квадратичным слагаемым по скоростям в определении компонент 4-мерной метрики в реляционном подходе.

Однако, в 5-мерной теории Калуцы гравитационное и электромагнитное взаимодействия трактуются независимыми из-за слагаемого $G_{\mu\nu}$. Реляционный же подход позволяет устранить независимость, раскрывая физический смысл этого слагаемого: в нем компоненты $G_{\mu\nu}$ трактуются как комбинация из метрики Минковского $\eta_{\mu\nu}$ и слагаемых, обусловленных тем, что квадрат суммы вкладов от разных частиц в электромагнитный потенциал не равен сумме квадратов этих вкладов, обуславливающих гравитационное взаимодействие в реляционном подходе.

6. Пока были задействованы лишь два простейших вида миноров первого и второго порядков. Из определителя в законе (7.5) можно построить несколько видов миноров: три вида миноров второго порядка, три вида миноров третьего порядка и два минора четвертого порядка, которые, как оказывается, имеют четкую физическую интерпретацию и играют важную роль в описании классических электромагнитных и гравитационных взаимодействий. Так *диагональные миноры третьего и четвертого порядков описывают трех- и четырехчастичные гравитационные взаимодействия, которые можно поставить в соответствие с нелинейными слагаемыми в эйнштейновской общей теории относительности*. Заметим, что нет гравитационных слагаемых более высокого порядка, как это можно было бы ожидать от формального разложения метрического тензора в ОТО по степеням гравитационной константы.

7. Недиагональный минор второго порядка, содержащий слагаемое на диагонали, описывает трехчастичное взаимодействие, физически интерпретируемое как линеаризованное гравитационное воздействие со стороны третьей частицы (на диагонали) на электромагнитное взаимодействие двух других частиц. Если в качестве третьей частицы понимать чрезвычайно массивное тело (Землю или Солнце), то *такими минорами описывается электромагнитное взаимодействие зарядов в гравитационном поле*, например, в метрике Шварцшильда. Другие недиагональные миноры третьего и четвертого порядка, тоже содержащие диагональные слагаемые, описывают нелинейное гравитационное воздействие на электромагнитные взаимодействия зарядов.

8. *Недиагональные миноры, не содержащие диагональных слагаемых, следует интерпретировать как проявления принципа Маха в электромагнитном взаимодействии.* В частности, такими минорами описывается учет мирового поглотителя при электромагнитном излучении. Строго говоря, принципу Маха соответствуют все трех-, четырех- и пятичастичные взаимодействия. Однако значительная часть проявлений принципа Маха маскируется нелинейностью гравитационного взаимодействия (в общей теории относительности).

На основании изложенного выше подведем итоги. В рамках теории прямого межчастичного взаимодействия (в реляционном подходе к физической реальности) можно на другом языке описать содержание классической физики, которое обычно излагается на языке теории поля или рассмотренного выше геометрического миропонимания.

Своеобразием данного подхода является дополнительность координатных и токовых отношений. Последние трактуются как проявления дополнительных координат (размерностей) к четырем классическим пространственно-временным. Этот факт соотносим с введением дополнительных грассмановых размерностей в суперсимметричных теориях для описания фермионных полей. В связи с этим заметим, что для фермионных частиц токи определяются в виде алгебраических (а не дифференциальных) комбинаций из компонент спинорных функций. В отличие от необычного характера дополнительных размерностей в теориях с суперсимметрией, в классической реляционной теории вторая система отношений приобретает вполне понятный смысл: она соответствует пространству скоростей (или слою расслоенного пространства-времени).

Глава 8

Бинарная геометрофизика как предгеометрия

We will first understand
How simple the universe is
When we recognize
How strange it is.

J. Wheeler [1)]

Сегодня, как и в начале XX века, наука стоит на пороге коренных преобразований в физической картине мира, вызванных пересмотром представлений о природе пространства-времени. Настойчивые попытки построения предгеометрии и различных вариантов суперпространств убедительно свидетельствуют об этом. Ряд математиков и физиков неоднократно высказывали мысль, что ключевую роль в таком пересмотре должна играть *идея макроскопической (статистической) природы классического пространства-времени* и других сопутствующих понятий общепринятой физики (см. [49]). Ведь классические понятия справедливы лишь для достаточно больших (сложных) систем из элементарных частиц — макросистем — и возникают в результате своеобразного наложения (суммирования) огромного количества неких факторов, присущих микромиру. Согласно данному подходу, многие привычные понятия физики можно уподобить таким понятиям термодинамики, как давление или температура.

[1)] И лишь познав,
Как странен мир,
Поймем мы,
Что он прост.

Дж. А. Уилер

Чтобы приступить к построению макроскопической (статистической) теории классического пространства-времени, необходимо решить, в рамках какого из трех выше охарактеризованных миропониманий это возможно сделать. До сих пор физические теории строились на фоне уже готового плоского или искривленного пространства-времени, а теперь предстоит отказаться от этого фона и заменить его чем-то иным. Эйнштейн, размышляя на этот счет, писал, что отказ от пространственно-временного континуума «смахивает на попытку дышать в безвоздушном пространстве».

Для решения данной задачи непригоден теоретико-полевой подход, поскольку в его основе лежит понятие поля, теряющее смысл при отказе от точек готового пространства-времени. Не годится также геометрический подход, поскольку он по своей природе основан на наличии пространственно-временного многообразия и в его рамках можно говорить лишь о возможных его вариантах. Таким образом приходим к выводу, что **построение макроскопической теории пространства-времени возможно лишь в рамках реляционного миропонимания**, которому в XX веке не уделялось достаточного внимания. Не случайно даже исследователи суперструнных теорий в последнее время начинают обращать внимание на идеи, высказанные Г. Лейбницем, Э. Махом и другими сторонниками реляционного подхода.

Для решения данной проблемы имеется подходящий математический аппарат — реляционная теория микромира, опирающаяся на обобщение теории унарных систем вещественных отношений, во-первых, на случай замены одного множества элементов на два множества (переход к бинарной геометрии) и, во-вторых, на использование комплексных парных отношений вместо вещественных. В итоге получается теория бинарных систем комплексных отношений (БСКО), составляющая математическую основу бинарной геометрофизики.

8.1. Макроскопическая природа классического пространства-времени

Сегодня трудно сказать, кому принадлежит приоритет выдвижения идеи о макроскопической природе классического пространства-времени. Некий намек можно усмотреть уже в известных мемуарах Б. Римана, где он писал: «Эмпирические понятия, на которых основывается установление пространственных метрических отношений, —

понятия твердого тела и светового луча, — по-видимому, теряют всякую определенность в бесконечно малом. Поэтому вполне мыслимо, что метрические отношения пространства в бесконечно малом не отвечают геометрическим допущениям. (...) Вопрос о том, справедливы ли допущения геометрии в бесконечно малом, тесно связан с вопросом о внутренней причине возникновения метрических отношений в пространстве. Этот вопрос, конечно, также относится к области учения о пространстве, и при рассмотрении его следует принять во внимание сделанное выше замечание о том, что в случае дискретного многообразия принцип метрических отношений содержится уже в самом понятии этого многообразия, тогда как в случае непрерывного многообразия его следует искать где-то в другом месте. Отсюда следует, что или то реальное, что создает идею пространства, образует дискретное многообразие, или же нужно пытаться объяснить возникновение метрических отношений чем-то внешним — силами связи, действующими на это реальное» [22, с. 32].

Более определенно о происхождении метрических отношений высказывался Д. ван Данциг: «Можно быть склонным рассматривать метрику, как описывающую некое „нормальное" состояние материи (включая излучение), и дать ей *статистическую* интерпретацию как некоторый вид среднего физических характеристик окружающих событий, вместо того, чтобы класть ее в основу всей физики» [50].

О том же писал Е. Циммерман в своей работе «Макроскопическая природа пространства-времени»: «Пространство и время не являются такими понятиями, которые имеют смысл для отдельных микросистем. (...) Наиболее фундаментальным следствием взаимодействия огромного числа таких микросистем является образование пространственно-временной решетки, которая приводит к справедливости классических понятий пространства и времени, но только в макроскопической области» [51].

Неоднократные высказывания по этому вопросу встречаются и у известного геометра П. К. Рашевского, который пришел к данной идее со стороны геометрии. В монографии «Риманова геометрия и тензорный анализ» он писал: «Между тем трудно сомневаться в том, что макроскопические понятия, в том числе и наши пространственно-временные представления, на самом деле уходят своими корнями в микромир. Когда-нибудь они должны быть раскрыты как некоторый статистический итог, вытекающий из закономерностей этого мира — далеко еще не разгаданных — при суммарном наблюдении огромного числа микроявлений» [52, с. 258].

В последней трети XX века была предпринята попытка вывести модель классического пространства-времени из физики микромира на основе твисторной программы Р. Пенроуза. В одной из статей Р. Пенроуза с сотрудниками писалось: «В предшествующих работах (Р. Пенроуза. — *Ю. В.*) было показано, что можно ввести понятие евклидова пространства, исходя из предела вероятности взаимодействия большой сети частиц, квазистатически обменивающихся спинами. При таком подходе евклидова структура возникает из комбинаторных правил, которым удовлетворяет полный угловой момент в релятивистской квантовой механике. (...) Мы надеемся, что развитие твисторной теории приведет в конечном счете к построению лоренцевых многообразий, которые будут служить моделями пространства-времени» [53, с. 132]. Однако эта попытка пока не привела к намеченной цели.

В приведенных выше и ряде других высказываний о желательности макроскопического подхода к геометрии и физике, как правило, не называются факторы из физики микромира, подлежащие суммированию. Их можно выявить в рамках реляционного подхода к физике микромира (в бинарной геометрофизике).

8.2. Принципы бинарной геометрии

В ходе анализа принципов ньютоновой механики и ее возможных обобщений Ю. И. Кулаков показал [11, 41], что, действуя точно по тем же правилам, как и в теории унарных систем отношений (структур), можно построить содержательную теорию на двух множествах элементов. Кратко поясним основные понятия и принципы теории бинарных систем отношений в наиболее общем виде.

1. Постулируется, что имеется не одно, как в случае унарных систем отношений, а два множества неких элементов. Обозначив первое множество символом $\mathcal{M}$, а второе — $\mathcal{N}$, будем записывать элементы первого множества латинскими буквами $(i, j, k, ...)$, а элементы второго множества — греческими $(\alpha, \beta, \gamma, \ldots)$.

2. Между любой парой элементов из разных множеств задается парное отношение — некоторое вещественное или комплексное число $u_{i\alpha}$ (см. рис. 8.1).

3. Как и в случае унарных систем, полагается, что имеется некий *алгебраический закон*, связывающий все возможные отношения

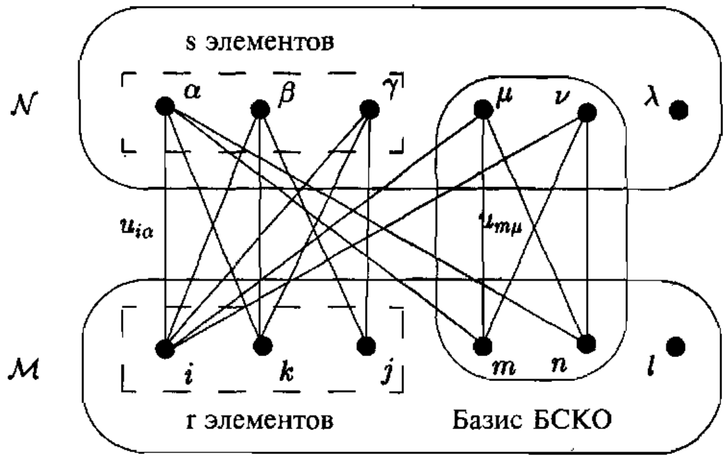


Рис. 8.1. Бинарная система отношений (структура) ранга (r, s)

между любыми r элементами множества $\mathcal{M}$ и s элементами множества $\mathcal{N}$:

$$\Phi_{(r,s)}(u_{i\alpha}, u_{i\beta}, \ldots, u_{k\gamma}) = 0. \tag{8.1}$$

Целые числа r и s характеризуют ранг (r, s) бинарной системы отношений. Очевидно, что функция $\Phi_{(r,s)}$ в (8.1) теперь зависит от $r \times s$ аргументов.

4. Опять, как и в случае унарных систем отношений, используется *принцип фундаментальной симметрии*, т. е. полагается, что закон (8.1) справедлив при замене элементов $i, j, \ldots$ и $\alpha, \beta, \ldots$ на любые другие элементы соответствующих множеств.

5. Если предположить, что *два множества элементов являются непрерывными*, то наличие фундаментальной симметрии позволяет записать функционально-дифференциальные уравнения и из них найти вид как парных отношений $u_{i\alpha}$, так и саму функцию $\Phi_{(r,s)}$ $(u_{i\alpha}, \ldots)$. Эта задача была решена в самом общем виде (для вещественных парных отношений) Г. Г. Михайличенко. Подчеркнем, что, в отличие от случая унарных систем, для бинарных систем отношений, эта задача решается в общем виде. В частности, было показано, что для систем отношений симметричных рангов имеется два и только два вида решений. Для одного вида закон представля-

ется в виде

$$\Phi_{(r,r)}(u_{i\alpha}, u_{i\beta}, \ldots) = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & \cdots & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & \cdots & u_{k\gamma} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & \cdots & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \tag{8.2}$$

где парное отношение записывается в форме

$$u_{ik} = \sum_{l=1}^{r-1} i^l \alpha^l. \tag{8.3}$$

Здесь $i^1, i^2, \cdots, i^{r-1}$ — $r-1$ параметров элемента i, а $\alpha^1, \alpha^2, \cdots, \alpha^{r-1}$ — $r-1$ параметров элемента α. Для второго случая закон получается из (8.2) окаймлением определителя единицами.

6. Развиваемая таким образом теория опирается исключительно на систему внутренних понятий, т. е. не нуждается в привлечении посторонних факторов, например, классических пространственно-временных представлений. Так, параметры элементов, являющиеся аналогами координат в геометрии или компонент векторов, определяются отношениями к эталонным элементам. Таковыми в законе (8.2) ранга (r, s) нужно полагать $r-1$ элементов множества M и $s-1$ элементов множества N. Тогда на этот закон можно смотреть как на соотношение, определяющее парное отношение между двумя оставшимися неэталонными элементами (пусть это будут элементы i и α) через их отношения к эталонным элементам. Отношения же между самими эталонными элементами можно считать раз и навсегда заданными. Тогда оказывается, что парное отношение $u_{i\alpha}$ характеризуется $s-1$ параметрами (координатами) элемента i (его отношениями к $s-1$ эталонным элементам множества N) и $r-1$ параметрами элемента α. Это отображено в парном отношении (8.3).

7. Опять, как и в случае унарных систем отношений, в построении теории и в ее интерпретации решающее значение имеют миноры определителя, через который записан закон бинарной системы отношений. Среди них главную роль играют так называемые *фундаментальные отношения*, записываемые через отличные от нуля миноры максимального порядка.

8. Поскольку теория бинарных систем отношений строится по образу и подобию теории унарных систем отношений, соответствующих общепринятым геометриям, бинарные системы отношений можно трактовать как новый класс *бинарных геометрий*, в которые можно ввести аналоги многих известных геометрических понятий, например, объемов, площадей и т. д. (более подробно см. в [32]).

9. В исследованиях группы Кулакова было доказано, что *отсутствуют нетривиальные содержательные теории тернарных, тетрадных и т. д. систем вещественных отношений*. Следовательно, природа ограничилась случаями бинарных и унарных систем отношений, причем теория бинарных систем отношений оказалась значительно проще теории унарных отношений.

10. *Унарные системы отношений можно получить из бинарных* специальной «склейкой» элементов из двух множеств в новые элементы уже одного множества, причем отношения между ними строятся из первичных бинарных отношений. Следовательно, есть все основания полагать, что *бинарные системы отношений описывают более глубокие основы мироздания, нежели общепринятые (унарные) геометрии*.

11. Открытие бинарных систем отношений приводит к чрезвычайно важной идее. Как уже отмечалось, в теориях геометрического миропонимания ставится задача геометризации основных понятий физики и разработки объединенных моделей физических взаимодействий на основе обычной, т. е. унарной геометрии. В теоретико-полевом подходе физика строится на фоне унарной геометрии. Но поскольку существуют более элементарные бинарные геометрические конструкции, естественно, возникает мысль — *положить в основу программы геометризации физики именно бинарные системы отношений*. Так и предлагается делать в бинарной геометрофизике.

8.3. Бинарная геометрия микромира

1. В группе Ю. И. Кулакова бинарные системы отношения с вещественными парными отношениями применялись лишь для переформулировки ряда закономерностей классической физики: второго закона Ньютона, закона Ома и т. д. Однако, как нам представляется, *бинарные системы отношений наиболее подходящи для описания прообраза пространственно-временных отношений (предгеометрии) в физике микромира*. Чтобы в этом убедиться, необходимо было их обобщить на случай комплексных парных отношений, т. е.

перейти к бинарным системам комплексных отношений (БСКО) [32]. Ни для кого не секрет, что микромир описывается комплексными числами. И это связано не с простым упрощением формул, а несомненно, с тем, что комплексные числа более соответствуют свойствам физической реальности в микромире, нежели вещественные числа, через которые описывается классическая физика. Об этом свидетельствует вся квантовая механика и физика элементарных частиц. Легко убедиться, что для БСКО остаются в силе как выражения для законов бинарных систем отношений, так и вид парных отношений, записанных в (8.2).

2. Анализ показывает, что БСКО минимального ранга (2,2) является вырожденной по ряду признаков и выступает как подсистема БСКО более высоких рангов. Первая невырожденная БСКО имеет ранг (3,3). Это означает, что ее элементы описываются парами комплексных параметров. Фундаментальное (2×2)-отношение — отличный от нуля минор максимального порядка в определителе закона БСКО — представляет собор антисимметричную форму для двух элементов. Условие использования базисов, в которых антисимметричная форма инвариантна, приводит к выделению 6-параметрической группы $SL(2, C)$. Это означает, что *элементы БСКО ранга* (3,3) *описываются* 2-*компонентными спинорами.* Таким образом, *на спинорное исчисление, давно используемое для описания элементарных частиц, можно посмотреть как на проявление в физике микромира БСКО минимального невырожденного ранга* (3,3).

3. Если учесть, что из бинарных систем отношений (геометрий) можно получать унарные геометрии путем сшивки пар элементов из противоположных множеств, то *БСКО можно рассматривать как своеобразный «квадратный корень» из общепринятых унарных геометрий.* В связи с этим уместно напомнить ряд примеров своеобразного извлечения «квадратных корней» из привычных классических величин и соотношений. Прежде всего, следует назвать сами спиноры как «квадратные корни из векторов». Аналогичным примером является введение амплитуд вероятности в квантовой механике «как квадратных корней из классической вероятности». В общей теории относительности при описании спинорных частиц важную роль играют тетрады, которые также можно рассматривать как своеобразные «квадратные корни из компонент метрического тензора». Примечательно, что все названные примеры так или иначе связаны с квантовой теорией. Открытие бинарных геометрий следует поставить в один ряд с названными примерами.

4. Из изложенного следует еще один принципиально важный для всей физики и геометрии вывод. С открытием теории относительности вопрос Э. Маха — Почему пространство трехмерно? — получил новую интерпретацию: Почему пространство-время четырехмерно? Иногда также спрашивают: Почему время одномерно? На все эти вопросы можно ответить следующим образом: **Четырехмерие классического пространства-времени с сигнатурой** $(+---)$ **обусловлено проявлением в физическом мироздании БСКО минимального невырожденного ранга (3,3).**

Напомним, что в общепринятых курсах физики к спинорам приходят на основе свойств 4-мерного пространства-времени Минковского, вводя спинорное представление 6-параметрической группы Лоренца. Более того, есть ряд работ, в которых установлена тесная связь вида и числа компонент спиноров с размерностью и сигнатурой многообразия, в котором они вводятся. Однако можно поступать и другим образом — исходить из спиноров и затем переходить к многообразию, соответствующему их свойствам.

5. При введении бинарной геометрии неизменно возникает вопрос об интерпретации двух множеств новой геометрии: Как понимать два множества элементов, и как они соотносятся с точками единого множества общепринятой геометрии? Анализ показывает, что *два множества элементов БСКО следует воспринимать в духе квантовомеханических закономерностей, описывающих переход между двумя состояниями микросистем.* Одно множество элементов БСКО характеризует начальное состояние системы, а второе — конечные состояния. При этом комплексные парные отношения, связывающие элементы противоположных множеств, представляют собой *прообразы амплитуды вероятности перехода системы из одного состояния в другое.* Отметим, что данная интерпретация вполне соответствует трактовке Аристотелем понятия движения. Он утверждал, что система не может одновременно находиться в исходном и конечном состояниях, а должно быть нечто третье, что их связывает и переводит возможность в действительность. Таковым третьим в данном подходе являются комплексные отношения между элементами двух видов. Примечательно, что на подобную связь квантовомеханических понятий с воззрениями Аристотеля неоднократно обращал внимание В. Гейзенберг [54].

6. Согласно данному подходу, нет самостоятельного классического пространственно-временного фона, на котором разыгрывается мировой спектакль. В каждый момент мир находится в переходе от некого прошлого состояния в будущее. Наши представления о прошлом и возможном будущем являются продуктом нашей памяти о ранее случившемся или логическими выводами о возможном будущем. Все представления о машине времени являются не больше, чем фантазией. В этой связи следует напомнить слова популярной песни:

> «Есть только миг между прошлым и будущим,
> И только он называется жизнь».

В этих словах заключен глубокий философский смысл, отражающий суть как квантового, так и классического мира.

Традиционная вещественная геометрия получается из бинарной комплексной геометрии путем последовательности сшивок двух соседних состояний мироздания. А классические пространственно-временные понятия (расстояния, интервалы, векторы) строятся из комплексных бинарных отношений квадратичным образом. Отсюда следует ответ на вопрос, почему *классические вероятности выражаются в виде квадрата комплексных амплитуд вероятности.*

7. В рамках данного подхода, названного *бинарной геометрофизикой*, чрезвычайно важную роль играет БСКО минимального вырожденного ранга (2,2). Анализ показывает, что элементами именно этой системы отношений описываются фазовые вклады, которые рассматриваются в волновой оптике и в фейнмановской формулировке квантовой механики. На основе бинарной геометрофизики строится своеобразная концепция квантовой механики, включающая в себя отдельные черты копенгагенской, фейнмановской, статистической и ряда других. Однако, она наиболее близка фейнмановской формулировке, но строится не на фоне готового классического пространства-времени, а на базе внутренних понятий бинарной геометрофизики.

8.4. Описание физических взаимодействий на основе бинарного многомерия

БСКО ранга (3,3) отражают свойства свободных частиц в 4-мерном мире. Для описания в рамках бинарной геометрофизики взаимодействий необходимо перейти к БСКО более высокого ранга, т. е. использовать бинарное многомерие. Этот шаг аналогичен переходу от 4-мерной ОТО к многомерным геометрическим моделям типа теории Калуцы в геометрическом миропонимании.

Чрезвычайно важным является вопрос о ранге БСКО, необходимой для описания известных видов физических взаимодействий. При этом необходимо учитывать два обстоятельства. Во-первых, закон БСКО должен симметричным образом содержать две взаимодействующие частицы, что означает четность ранга. Во-вторых, в бинарной геометрофизике массивные частицы обязательно описываются несколькими элементами. Анализ показывает, что пары элементов недостаточно для характеристики сильно взаимодействующих частиц и трех поколений в электрослабых взаимодействиях. Достаточной оказалась гипотеза описания частиц тройками элементов (в каждом из двух множеств бинарной системы). Заметим, что это соответствует представлениям квантовой хромодинамики о трехкварковой структуре адронов. Таким образом, **для полного описания известных закономерностей физики необходимо использовать БСКО ранга (6,6).**

Кратко охарактеризуем главные идеи и содержание прообраза теории физических взаимодействий на базе БСКО ранга (6,6).

1. Согласно изложенному выше, каждый элемент БСКО ранга (6,6) характеризуется $r - 1 = 5$ параметрами. Анализ показал, что для описания физической реальности необходимо произвести $(5 = 2 + 3)$-расщепление параметров на две части, где первые два параметра (с индексами 1 и 2), названные *внешними*, следует использовать для описания компонент 4-мерного импульса (скорости) частиц, а три оставшиеся (с индексами 3, 4 и 5), названные *внутренними*, должны определять, как и в многомерных геометрических моделях, заряды элементарных частиц. Это разделение соответствует процедуре $(n = 4 + 1 + 1 + \cdots)$-расщепления в многомерных геометрических моделях типа теории Калуцы или добавлению к классическому пространству-времени пространства внутренних симметрий в рамках теоретико-полевого подхода.

2. Названное разделение фактически означает расщепление исходной БСКО ранга (6,6) на две подсистемы: БСКО ранга (3,3) (с двумя параметрами) и БСКО ранга (4,4) (с тремя параметрами). В результате расщепления исходная группа преобразований $SL(5, C)$ в БСКО ранга (6,6) сужается до произведения двух подгрупп: $SL(2, C)$ — для внешних параметров и $SL(3, C)$ (или более узкой группы $SU(3)$) — для внутренних параметров.

3. Согласно изложенному, в бинарной геометрофизике элементарные частицы описываются прямоугольными (3×5)-матрицами, из которых можно выделить квадратную (3×3)-матрицу внутренних параметров, соответствующую характеристикам частицы в пространстве внутренних симметрий в теоретико-полевом подходе.

4. Для построения содержательной теории физических взаимодействий недостаточно указать лишь строительный материал — необходимо возвести само «здание теории» с неким несущим «каркасом». В рамках теоретико-полевого миропонимания, как правило, роль «каркаса» выполняет лагранжиан (гамильтониан) рассматриваемой системы. В специфической формулировке квантовой механики таковым «каркасом» служит S-матрица. В геометрическом подходе ключевую роль играет скалярная кривизна или некий иной инвариант. В бинарной геометрофизике в качестве прообраза трех родственных понятий физики: S-матрицы, действия (или лагранжиана) взаимодействия двух элементарных частиц, многомерной скалярной кривизны — выступает так называемое **базовое (6×6)-отношение**, симметричным образом содержащее параметры $3 + 3 = 6$ элементов двух частиц в начальном состоянии и $3 + 3 = 6$ элементов двух частиц в *конечном состоянии. Оно* записывается в виде окаймленного единицами определителя, входящего в закон БСКО ранга (6,6). Легко убедиться, что в общем случае он отличен от нуля и является инвариантом относительно группы преобразований $SL(5, C)$, а значит и относительно ее подгруппы $SL(2, C) \times SL(3, C)$.

Базовое (6×6)-отношение, являющееся прообразом действия взаимодействия двух элементарных частиц, представляет собой своеобразный объем в бинарной геометрии ранга (6, 6), аналогичный выражениям объема через определители в унарной геометрии.

5. Физическая интерпретация базового (6×6)-отношения проиллюстрирована диаграммами рисунка 8.2, где слева изображена 12-хвостка бинарной геометрофизики. Две тройки нижних линий описывают начальные состояния двух частиц, а две верхние тройки — их конечные состояния. В середине представлено обобщение диаграммы фейнмановского типа, а справа дана стандартная диаграмма рассеяния одной частицы на другой.

6. Для перехода от базового (6×6)-отношения к прообразу действия (лагранжиана) двух частиц необходимо, прежде всего, базовое (6×6)-отношение представить в редуцированном на «4-мерие»

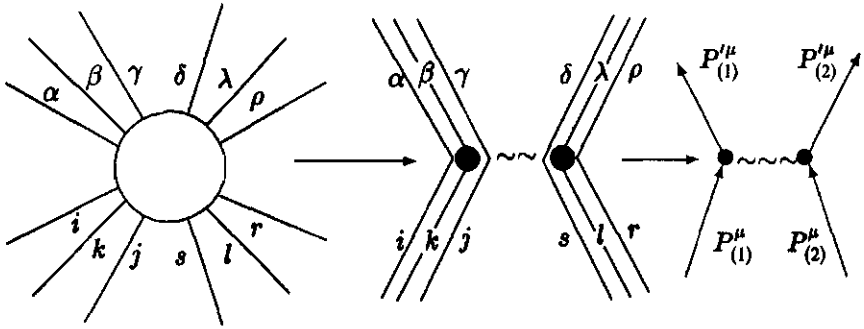


Рис. 8.2. Физическая иллюстрация базового (6×6)-отношения

виде, выделив параметры с индексами 1 и 2. Тогда итоговое выражение приобретает лоренц-инвариантный ($SL(2, C)$-инвариантный) вид. Это достигается разложением определителя в базовом (6×6)-отношении по двум строкам, соответствующим параметрам с индексами 1 и 2. Более подробно указанная процедура описана в нашей работе [32].

7. Поскольку все слагаемые базового (6×6)-отношения записываются через определители, которые обращаются в нуль при одинаковых параметрах взаимодействующих частиц, то очевидно, что отличные от нуля выражения получаются лишь в случаях, если взаимодействующие частицы характеризуются разными значениями параметров. Следовательно, необходимо ввести постулат об **обменном характере физических взаимодействий** элементарных частиц. Это относится как к внешним, так и особенно к внутренним параметрам, поскольку из них строятся дискретные значения зарядов взаимодействующих частиц. Названный постулат означает, что по значениям внутренних параметров частицы могут находиться в двух видах состояний. Процесс взаимодействия частиц, в частности, состоит в обмене частицами своими внутренними состояниями.

Отметим, что постулат об обменном характере взаимодействий по внутренним параметрам вполне соответствует общепринятым представлениям в теории поля, где взаимодействующие частицы обмениваются промежуточными бозонами, что отражается диаграммами фейнмановского типа. Очевидно также, что атомы, находящиеся в одном и том же квантовом состоянии не будут обмениваться фотонами. Об обменном механизме писал и Р. Пенроуз в рамках своей твисторной программы, только там имелся в виду обмен спинами частиц.

8. Подчеркнем, что *в прообразе действия, как и во всей теории, среди первичных понятий нет промежуточных бозонов* (*глюонов, бозонов*). В реляционном подходе им могут соответствовать лишь характеристики взаимодействующих частиц. В данном случае таковыми могут быть только параметры элементов, определяющих частицы. Более того, поскольку в рамках калибровочной теории поля уже установлен вполне определенный набор промежуточных векторных бозонов, переносящих взаимодействия, то в данном реляционном подходе ему должен быть сопоставлен дискретный набор внутренних параметров, характеризующих состояния элементарных частиц. Такие возможные наборы параметров можно ввести на основе алгебраической классификации комплексных (3×3)-матриц внутренних параметров элементарных частиц. Эта классификация аналогична известной классификации Петрова пространств Эйнштейна в общей теории относительности. На основе такой классификации в единой схеме можно охарактеризовать как сильные, так и электрослабые взаимодействия, указать реляционные аналоги всех известных видов бозонов переносчиков физических взаимодействий (глюонов, векторных Z- и W-бозонов).

9. Интересно отметить, что в бинарной геометрофизике случай электромагнитного взаимодействия сводится к варианту теории на базе БСКО ранга (4,4), т. е. к минимальному бинарному многомерию, соответствующему 5-мерной теории Калуцы в геометрическом подходе. Здесь вместо базового (6×6)-отношения роль прообраза действия (лагранжиана) играет построенное по тем же правилам базовое (4×4)-отношение. При его редуцировании к 4-мерию возникают преобразования, соответствующие суперсимметричным преобразованиям в теоретико-полевом подходе, однако они имеют совершенно иную физическую интерпретацию, никак не связанную с ожиданиями в программах суперсимметричных полевых теорий.

10. В бинарной геометрофизике гравитационное взаимодействие, как и в унарной теории, имеет индуцированный характер, т. е. является производным от (векторных) электромагнитных взаимодействий.

8.5. На пути к построению макроскопической теории пространства-времени

На основе бинарной геометрофизики, охарактеризованной выше, предлагается конкретный путь построения макроскопической теории классического пространства-времени. (Более подробно эта задача рассмотрена в монографии «Основания физики» [32].) Основная идея состоит в следующем. Каждый физический процесс (взаимодействия, трактуемого как «излучение — поглощение») характеризуется своей БСКО, наложенной на всю совокупность возможных поглотителей. Согласно общепринятым представлениям, в окружающем нас мире существует гигантское «море» испущенных, но еще не поглощенных фотонов, каждому из которых соответствует своя бинарная система комплексных отношений. Будем полагать, что между любыми парами частиц (объектами, возможными поглотителями) имеется гигантское «море» парных отношений, обусловленных «морем» еще не поглощенных фотонов (точнее, их БСКО). Отдельные вклады в парные отношения предлагается считать теми физическими микрофакторами, о которых неявно шла речь в приведенных выше высказываниях П. К. Рашевского, Д. ван Данцига, Е. Циммермана и др. Вслед за названными авторами предлагается трактовать понятия расстояний, интервалов и вообще пространственно-временных отношений между достаточно сложными объектами как результат суммирования всех вкладов БСКО от всего гигантского «моря фотонов».

Дальнейший ход рассуждений в рамках данной программы близок к фейнмановской методике вычисления амплитуд вероятностей процессов через суммирования (континуума) комплексных вкладов от всех возможных траекторий частиц. Только теперь вместо траекторий выступают вклады БСКО в парные отношения, которые, как и у Фейнмана, полагаются равными по модулю единице, но отличающимися значениями фаз.

Для решения этой задачи используется упрощенный вариант БСКО ранга (6,6) на случай электромагнетизма в виде БСКО ранга (4,4), где центральное место занимают параметры элементов внешних параметров. Спинорные параметры ответственны за наблюдаемую (классическую) размерность, а параметры подсистем комплексных отношений минимального ранга (2,2) — за упомянутые фазовые вклады.

Здесь хотелось бы обратить внимание на созвучие сформулированной выше программы с рядом высказываний Дж. Уилера о роли фазы в системе геометрических представлений: «Могут ли идеи римановой геометрии и геометродинамики быть переформулированы в таком виде, чтобы концепция относительной „фазы" двух удаленных точек приобрела простой смысл?» [35, с. 207]. «Однако Природа умеет „вести учет" различия „фаз". Значит, если Природа сводится к геометрии, „фаза" также должны быть сводима к геометрии. Однако „фаза" не всегда отчетливо отражает чисто геометрический характер исконно единой теории поля. Не впадает ли эта теория в чрезмерную узость, используя исключительно средства *дифференциальной* геометрии — геометрии в непосредственной окрестности *точек*? Не является ли ее пороком невозможность признания общности между отдаленными точками? Не являются ли обычные геометрические средства непригодными потому, что они, так сказать, вводят слишком много точек и допускают различимость этих точек в качестве постулата, не подлежащего сомнению? Не существует ли какой либо возможности отбросить подобные неудачные основы и все же сохранить существенные черты глобальной структуры? (...) Не будет ли взаимная „фаза" двух точек играть более важную роль, если между точками будет иметь место более глубокая внутренняя связь этого типа? (...)» [35, с. 61] И Дж. Уилер приходит к выводу: ***«Существование в основных законах классического пространства-времени величины такого типа как относительная „фаза" двух отдельных точек приводит исследователей, ищущих чисто геометрическое описание природы, к заключению, что понятие „фазы" еще не нашло своего наиболее удачного геометрического средства выражения»*** [35, с. 61].

На пути реализации сформулированной выше программы возникает ряд задач и вопросов, которые еще не созрели для обсуждения в научно-популярной литературе.

Заключение

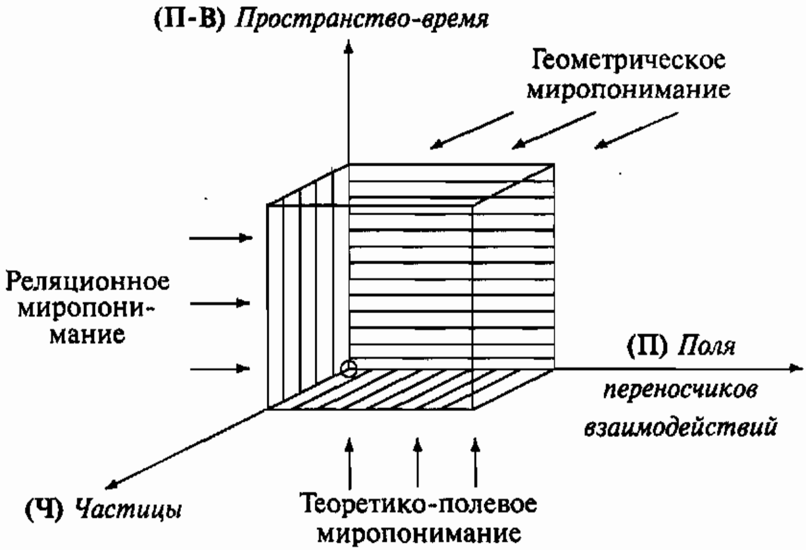
Завершая рассмотрение представлений о пространстве-времени, сложившихся в начале XXI века, сделаем ряд обобщений и выводов, которые, как нам кажется, существенны для дальнейших исследований в этой области теоретической физики.

1. В поисках смыслообраза, позволяющего обобщить материал, изложенный во второй части книги, представим единое физическое мироздание в виде куба, построенного на трех осях, соответствующих трем ключевым физическим категориям. Одна из вершин куба выбрана в качестве начала координатных осей, из которых вертикальная соотносится с категорией пространства-времени, горизонтальная (справа) — с категорией полей переносчиков взаимодействий, а направленная вперед — с категорией частиц. Физическая теория триалистической парадигмы, обычно излагаемая в курсах общей физики, описывают мироздание через проекции на оси — ребра куба.

Геометрическое миропонимание соотносится со взглядом на куб физической реальности со стороны его задней грани, образованной ортами категорий пространства-времени и полей переносчиков взаимодействий. Здесь центральное место занимает эйнштейновская общая теория относительности. В этот же класс теорий входят многомерные геометрические модели физических взаимодействий, называемые сегодня теориями Калуцы—Клейна. (См. об этом в первой части и в главе 5 второй части книги.)

Теоретико-полевое миропонимание — со взглядом на куб физической реальности снизу. Как уже отмечалось, этот подход базируется на объединении двух первичных категорий полей переносчиков взаимодействий и частиц в одну обобщенную категорию поля амплитуды вероятности, которая представлена на рисунке нижней гранью куба. (См. об этом в главе 6 второй части.)

Реляционное миропонимание — со взглядом на куб слева, т. е. со стороны, представленной категорией пространства- времени



Куб физического мироздания, построенный на трех метафизических категориях

и частиц. Дальнейшее развитие этого направления просматривается в бинарной геометрофизике, где вместо отдельных категорий пространства-времени, частиц и полей вводится новая категория систем отношений. (См. об этом в главе 7 второй части.)

2. Есть основания полагать, что разработка теории физических взаимодействий могла продвигаться в прошлом веке по пути многомерных геометрических моделей типа теорий Калуцы и Клейна, а не по доминировавшему теоретико-полевому направлению. Пионерские работы 20-х – 30-х годов XX века, видимо, оказались преждевременными. Каждое увеличение геометрической размерности, как известно, всегда сопровождалось преодолением высокого психологического барьера. Калибровочный же подход в 4-мерии казался менее проблематичным и позволял обойти дополнительные вопросы метафизического характера.

3. Кроме того, физика в XX веке могла развиваться на основе концепции дальнодействия — третьего из названных подходов к пониманию физической реальности. Но этого не случилось в силу целого ряда обстоятельств как субъективного, так и объективного характе-

ра. Более привычным и естественным для исследователей оказался способ рассуждений на основе концепции близкодействия, а факторы, которые могли заставить пересмотреть устоявшиеся представления, не привлекли их внимания.

4. В теориях трех миропониманий по-разному понимаются ключевые физические категории: пространство-время, поля переносчиков взаимодействий и частиц. Как уже отмечалось, пространство-время выступает как априорное понятие в теоретико-полевом подходе, зависит от помещенной в него материи в геометрическом подходе и целиком определяется событиями (отношениями) между материальными объектами в реляционном миропонимании. Категория поля имеет самостоятельный характер в теоретико-полевом подходе, заменяется характеристиками искривленного пространства-времени в геометрическом подходе и теряет смысл самостоятельной категории в реляционном миропонимании.

5. В трех рассмотренных подходах к мирозданию оказывается принципиально различным соотношение гравитации и электромагнетизма. В теоретико-полевом подходе гравитационное и электромагнитное поля независимы и разнозначимы, отличаясь лишь рангом потенциалов поля. В геометрическом подходе (в 5-мерной теории Калуцы) электромагнетизм возникает в результате обобщения эйнштейновской теории гравитации на случай 5-мерия. В реляционном подходе имеет место третий вариант — гравитация возникает в виде своеобразного квадрата электромагнитного взаимодействия, т. е. имеет индуцированный характер.

6. Во всех трех дуалистических миропониманиях для описания физических взаимодействий используются дополнительные (скрытые) размерности пространства-времени или его обобщений. Скрытые размерности имеют различную трактовку в трех подходах. В геометрическом миропонимании они вводятся по образу и подобию четырех классических (явных) размерностей, в теориях теоретико-полевого миропонимания — в виде пространств внутренних симметрий элементарных частиц или как дополнительные грассмановы размерности, предназначенные для реализации суперсимметрии между бозонными и фермионными полями. В реляционном миропонимании аналогом геометрических размерностей выступает понятие ранга системы отношений. В бинарной геометрофизике явные размерности соответствуют рангу (3,3), а совокупность явных и скрытых размерностей, достаточная для описания известных видов физических взаимодействий, описываются рангом (6,6).

7. Во всех трех миропониманиях дополнительные размерности существенно отличаются от четырех явных классических размерностей. В геометрическом подходе они компактифицированы с чрезвычайно малым периодом (радиусом), в теоретико-полевом подходе они либо скрыты в пространстве внутренних симметрий элементарных частиц, либо описываются необычными грассмановыми переменными. В реляционном подходе дополнительные размерности фактически составляют скрытую БСКО зарядовых свойств ранга (4,4), дополнительную к БСКО ранга (3,3) явных размерностей. Во всех трех подходах используются своеобразные процедуры усреднений (суммирований) по дополнительным размерностям, исключающие их непосредственное проявление в классическом мире.

8. Имеется ряд принципов и методов рассуждений, присущих лишь отдельным конкретным миропониманиям. Так, принцип Маха справедлив лишь в рамках реляционного миропонимания, а попытки его введения в другие подходы вызывали существенные трудности. Калибровочный принцип предназначен именно для теоретико-полевого подхода и неуместен в геометрическом миропонимании, где он приводят к дублированию возможностей многомерных теорий. Кроме того, в таких моделях возникают противоречия с наблюдаемым законам убывания сил с расстоянием. Принцип суперсимметрии бозонных и фермионных полей, представляющийся многим естественным (и даже необходимым) в рамках теоретико-полевого подхода, «повисает в воздухе» при реляционном подходе.

9. Исходя из изложенного, можно сформулировать своеобразный **принцип дополнительности**, согласно которому три рассмотренные дуалистические миропонимания являются не противоречащими, а дополняющими друг друга. Только учитывая достижения и недостатки всех трех миропониманий можно составить достаточно полное представление о физической реальности. Этот принцип можно считать обобщением известного в квантовой механике принципа дополнительности Н. Бора, однако теперь он относится не к двум, а к трем сторонам физической реальности.

10. Развитие теоретической физики в XX веке можно представить как процесс перехода от триалистической (ньютоновой) парадигмы начала прошлого века по трем каналам (через три дуалистические миропонимания) к некой единой теории в рамках новой — монистической — парадигмы, опирающейся на единое первоначало. На данном этапе развития физики главная цель физиков-теоретиков — построение физической картины мира на основе **единой обобщенной категории** — видится по-разному в трех подходах: в виде некой единой геометрии (в геометрическом миропониманиии), некого единого вакуума (в теоретико-полевом подходе) или единой системы отношений (в реляционной теории физической реальности). На наш взгляд, это разные названия одного и того же физического (метафизического) первоначала — того, что лежит «за», «над» или «под» физикой и составляет ядро (холон) монистической парадигмы. Причем указанное различие обусловлено его предварительным — пока еще неполным — знанием, полученным под разными углами зрения. В этом смысле можно сказать, что *три рассмотренные выше подхода к физической реальности занимают промежуточное положение на пути к холизму.*

В настоящий момент происходит своеобразное соревнование исследователей, работающих в рамках различных физических миропониманий. Остро поставлен вопрос: со стороны какой из трех дуалистических парадигм будет найден раньше (или вообще будет возможен) выход на искомую теорию монистической парадигмы?

11. В центре грядущих изменений в физической картине мира лежит коренной пересмотр представлений о природе (сущности) классического пространства-времени. Многочисленные факторы свидетельствуют о том, что решающая роль в этом процессе будет принадлежать идее макроскопической природы классического пространства-времени и других сопутствующих ему понятий. Согласно нашему глубокому убеждению, искомый результат может быть получен в рамках реляционного подхода к физическому мирозданию.

В заключение хотелось бы еще раз подчеркнуть, что поставленные выше вопросы о природе классического пространства-времени имеют огромное значение для дальнейшего развития не только физики микромира, но и мегамира (в частности, релятивистской астрофизики). И давайте не будем забывать, что любое существенное продвижение в раскрытии свойств физической реальности рано или поздно приносит весомые плоды в прикладной сфере.

Литература

1. *Владимиров Ю. С.* Пространство-время: явные и скрытые размерности. М.: Наука, 1989.
2. *Владимиров Ю. С.* Метафизика. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2002, 2009.
3. *Владимиров Ю. С.* Геометрофизика. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2005.
4. *Владимиров Ю. С.* Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий. М.: Изд-во МГУ, 1987.
5. *Минковский Г.* Пространство и время // Принцип относительности. М.: Атомиздат, 1973.
6. *Зелиг К.* Альберт Эйнштейн. М.: Мир, 1964.
7. *Кузнецов Б. Г.* Развитие физических идей от Галилея до Эйнштейна в свете современной науки. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
8. *Владимиров Ю. С., Мицкевич Н. В., Хорски Я.* Пространство, время, гравитация. М.: Наука, 1984.
9. Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979.
10. *Клиффорд В.* О пространственной теории материи // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979. С. 36–37.
11. *Клиффорд В.* Здравый смысл точных наук. 1922. Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979. С. 38–47.
12. *Мах Э.* Познание и заблуждение. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003.
13. *Фейнман Р.* (Feynman R.) Нобелевская лекция «Разработка квантовой электродинамики в пространственно-временном аспекте» // Характер физических законов. М.: Мир. 1968. С. 193–231.
14. *Владимиров Ю. С.* Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982.
15. *Пуанкаре А.* О науке. М.: Наука, 1983.
16. *Вайнберг С.* Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.
17. *Кулаков Ю. И.* Элементы теории физических структур (Дополнение Г. Г. Михайличенко). Новосибирск. Изд-во Новосиб. гос. ун-та, 1968.
18. *Успенский П. Д.* Новая модель Вселенной. СПб.: Изд-во Чернышева, 1993.
19. *Мостепаненко А. М., Мостепаненко М. В.* Четырехмерность пространства и времени. М.; Л.: Наука, 1966.

20. *Горелик Г. Е.* Почему пространство трехмерно? М.: Наука, 1982.
21. *Калуца Т.* (Kaluza T.). К проблеме единства физики // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979. С. 529–534.
22. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979. С. 18–33.
23. *Васильев А. В.* Предисловие // Новые идеи в математике. № 2 (Пространство и время, 1). СПб.: 1913. С. 1–4.
24. *Вернадский В. И.* Научное мировоззрение // На переломе (философские дискуссии 1920-х годов). М.: Политиздат, 1990.
25. *Фридман Д. З.*, *Ньювенхайзен П.* Скрытые измерения пространства-времени // В мире науки. 1985. № 5. С. 30.
26. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. 1. М.: Наука, 1965.
27. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. 2. М.: Наука, 1966.
28. *Румер Ю. Б.* Исследования по 5-оптике. М.: ГИТТЛ, 1956.
29. *Румер Ю. Б.* Принципы сохранения и свойства пространства и времени // Пространство, время, движение. М.: Наука, 1971. С. 107–125.
30. *Ефремов А. П.* Метафизика кватернионной математики // Альманах «Метафизика. Век XXI». М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007. С. 233–266.
31. *Утияма Р.* К чему пришла физика. М.: Знание, 1986.
32. *Владимиров Ю. С.* Основания физики. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2008.
33. *Гейзенберг В.* Развитие понятий в физике XX столетия // Вопросы философии, No. 1, 1975, С. 79–88.
34. *Сахаров А. Д.* Научные труды. М.: АОЗТ «Изд-во ЦентрКом», 1995.
35. *Уилер Дж.* Гравитация, нейтрино и Вселенная. М.: Изд-во. иностр. лит-ры, 1962.
36. *Пенроуз Р.* Путь к реальности или законы, управляющие Вселенной. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007.
37. *Салам А.*, *Стрэди Дж.* (Salam A., Strathdee J.) On Kaluza—Klein theory // Ann. of Phys., 1982. V. 141, p. 316–352.
38. *Уэст П.* Введение в суперсимметрию и супергравитацию. М.: Мир, 1989.
39. *Вайнберг С.* Мечты об окончательной теории: Физика в поисках самых фундаментальных законов природы. 2-е изд. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2008.
40. *Грин Б.* Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. 4-е изд. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2008.
41. *Кулаков Ю. И.* Теория физических структур. М., 2004.
42. *Лейбниц Г. В.* Сочинения в четырех томах. М.: Мысль, 1982. Т. 1.

43. *Кулаков Ю. И., Владимиров Ю. С., Карнаухов А. В.* Введение в теорию физических структур и бинарную геометрофизику. М.: Изд-во «Архимед», 1991.

44. *Михайличенко Г. Г.* Математический аппарат теории физических структур. Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского ун-та, 1997.

45. *Владимиров Ю. С., Турыгин А. Ю.* Теория прямого межчастичного взаимодействия. М.: Энергоатомиздат, 1986.

46. *Уилер Дж. А., Фейнман Р.* (Wheeler J. A., Feynman R. P.) Interaction with the absorber as the mechanism of radiation // Rev. Mod. Phys., 1945. V. 17, p. 157–181.

47. *Хойл Ф., Нарликар Дж.* (Hoyle F., Narlikar J. V.). Action at a distance in physics and cosmology. San Francisco: W. N. Freeman and Comp., 1974.

48. *Нарликар Дж. В.* (Narlikar J. V.). Инерция и космология в теории относительности Эйнштейна // Астрофизика, кванты и теория относительности. М.: Мир, 1982. С. 498–534.

49. *Владимиров Ю. С.* Макроскопическая природа классического пространства-времени // Основания физики и геометрии. М.: Изд-во РУДН, 2008. С. 23–59.

50. *Данциг ван Д.* (Van Dantzig D.) On the relation between geometry and physics and the concept of space-time // Funfzig Jahre Relativitatstheorie. Konferenz Bern, Basel. 1955. Bd. 1, S. 569.

51. *Циммерман Е. Дж.* Макроскопическая природа пространства-времени // Основания физики и геометрии. М.: Изд-во РУДН, 2008. С. 254–263.

52. *Рашевский П. К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967; 7-е изд. М.: Издательство ЛКИ/URSS, 2010.

53. *Пенроуз Р.* Структура пространства-времени. М.: Мир, 1972.

54. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. М.: Наука, 1989. Книга «Часть и целое» вышла отдельным изданием в издательстве URSS в 2004 и 2010 гг.

Другие книги нашего издательства:

Колебания и волны

Фок В. А. **Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн.**
Кабисов К. С., Камалов Т. Ф., Лурье В. А. **Колебания и волновые процессы.**
Кравченко И. Т. **Теория волновых процессов.**
Быховский М. А. (ред.) **Создание современных систем радиосвязи и телерадиовещания в России.** В 2 кн.
Яковлев О. И., Якубов В. П., Урядов В. П., Павельев А. Г. **Распространение радиоволн.**
Добролюбов А. И. **Бегущие волны деформации.**
Добролюбов А. И. **Скольжение, качение, волна.**
Добролюбов А. И. **Волновой перенос вещества.**
Абурджания Г. Д. **Самоорганизация нелинейных вихревых структур и вихревой турбулентности в диспергирующих средах.**
Бардзокас Д. И. и др. **Распространение волн в электромагнитоупругих средах.**
Старченко И. Б. **Динамический хаос в гидроакустике.**
Полников В. Г. **Нелинейная теория случайного поля волн на воде.**
Шашков А. Г., Бубнов В. А., Янковский С. Ю. **Волновые явления теплопроводности.**
Ланда П. С. **Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы.**
Ланда П. С. **Автоколебания в распределенных системах.**
Ланда П. С. **Нелинейные колебания и волны.**
Ланда П. С., Неймарк Ю. И. **Стохастические и хаотические колебания.**
Пановко Я. Г. **Основы прикладной теории колебаний и удара.**
Пановко Я. Г., Губанова И. И. **Устойчивость и колебания упругих систем.**
Тимошенко С. П. **Колебания в инженерном деле.**
Пфейффер П. **Колебания упругих тел.**
Малкин И. Г. **Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний.**
Малкин И. Г. **Некоторые задачи теории нелинейных колебаний.**
Малкин И. Г. **Теория устойчивости движения.**

Термодинамика и статистическая физика

Квасников И. А. **Молекулярная физика.**
Квасников И. А. **Термодинамика и статистическая физика.** В 4 т.
Базаров И. П. **Заблуждения и ошибки в термодинамике.**
Хайтун С. Д. **История парадокса Гиббса.**
Зайцев Р. О. **Введение в современную статистическую физику. Курс лекций.**
Зайцев Р. О. **Введение в современную кинетическую теорию. Курс лекций.**
Крылов Н. С. **Работы по обоснованию статистической физики.**
Баранов А. А., Колпащиков В. Л. **Релятивистская термомеханика сплошных сред.**
Шапкин А. И., Сидоров Ю. И. **Термодинамические модели в космохимии и планетологии.**
Агеев Е. П. **Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах.**
Дуров В. А., Агеев Е. П. **Термодинамическая теория растворов.**
Мюнстер А. **Химическая термодинамика.**
Поклонский Н. А., Вырко С. А., Поденок С. Л. **Статистическая физика полупроводников.**
Самойлович А. Г. **Термоэлектрические и термомагнитные методы превращения энергии.**
Планк М. **Теория теплового излучения.**

Другие книги нашего издательства:

URSS

Серия «Классики науки»

Ньютон И. Математические начала натуральной философии.
Гейзенберг В. Избранные труды.
Смородинский Я. А. Избранные труды.
Тодхантер И. История математических теорий притяжения и фигуры Земли.

Серия «Физико-математическое наследие: физика (философия физики)»

Грюнбаум А. Философские проблемы пространства и времени.
Гейзенберг В. Философские проблемы атомной физики.
Кассирер Э. Теория относительности Эйнштейна.
Кузнецов Б. Г. Развитие научной картины мира в физике XVII–XVIII вв.
Кузнецов Б. Г. Развитие физических идей от Галилея до Эйнштейна.
Бранский В. П. Философское значение «проблемы наглядности» в современной физике.

Серия «Из наследия мировой философской мысли: философия науки»

Карнап Р. Философские основания физики. Введение в философию науки.
Пуанкаре А. Наука и гипотеза.
Пуанкаре А., Кутюра Л. Математика и философия.
Аристотель. Физика.
Дюгем П. Физическая теория. Ее цель и строение.
Ренан Э. Будущее науки.
Кроль Дж. Философская основа эволюции.
Энгельмейер П. К. Теория творчества.
Васильев А. В. Пространство, время, движение.
Франк Ф. Философия науки: Связь между наукой и философией.

Квантовая механика и квантовая теория поля

Фок В. А. Начала квантовой механики.
Фок В. А. Квантовая физика и строение материи.
Фок В. А. Работы по квантовой теории поля.
Бройль Л. де. Введение в волновую механику.
Кемпфер Ф. Основные положения квантовой механики.
Мотт Н., Снеддон И. Волновая механика и ее применения.
Грин Х. Матричная квантовая механика.
Тарасов Л. В. Основы квантовой механики.
Тарасов Л. В. Введение в квантовую оптику.
Флюгге З. Задачи по квантовой механике. В 2 кн.
Горбацевич А. К. Квантовая механика в общей теории относительности.
Килин С. Я. Квантовая оптика: поля и их детектирование.
Вильф Ф. Ж. Логическая структура квантовой механики.
Ван дер Варден Б. Л. Метод теории групп в квантовой механике.
Бауэр Э. Введение в теорию групп и ее приложения к квантовой физике.
Петрашень М. И., Трифонов Е. Д. Применение теории групп в квантовой механике.
Бриллюэн Л. Квантовая статистика.
Хинчин А. Я. Математические основания квантовой статистики.

Другие книги нашего издательства:

Астрономия и астрофизика

Куликовский П. Г. Справочник любителя астрономии.
Ефремов Ю. Н. Вглубь Вселенной. Звезды, галактики и мироздание.
Шварцшильд М. Строение и эволюция звезд.
Бааде В. Эволюция звезд и галактик.
Кинг А. Р. Введение в классическую звездную динамику.
Бочкарев Н. Г. Основы физики межзвездной среды.
Ишханов Б. С., Капитонов И. М., Тутынь И. А. Нуклеосинтез во Вселенной.
Чернин А. Д. Звезды и физика.
Сажин М. В. Современная космология в популярном изложении.
Левитан Е. П. Физика Вселенной: экскурс в проблему.
Левитан Е. П. Дидактика астрономии.
Попова А. П. Занимательная астрономия.
Попова А. П. Астрономия в образах и цифрах.
Хлопов М. Ю. Космомикрофизика.
Хлопов М. Ю. Основы космомикрофизики.
Сурдин В. Г. Астрономические задачи с решениями.
Николаев О. С. Физика и астрономия: Курс практических работ для средней школы.
Баренбаум А. А. Галактоцентрическая парадигма в геологии и астрономии.
Ипатов С. И. Миграция небесных тел в Солнечной системе.
Дорофеева В. А., Макалкин А. Б. Эволюция ранней Солнечной системы.
Кусков О. Л. и др. Системы Юпитера и Сатурна.
Тверской Б. А. Основы теоретической космофизики.

Философия физики

Шредингер Э. Мой взгляд на мир. Пер. с нем.
Борн М. Моя жизнь и взгляды. Пер. с англ.
Гейзенберг В. Часть и целое (беседы вокруг атомной физики).
Бунге М. Философия физики.
Вигнер Э. Инвариантность и законы сохранения. Этюды о симметрии.
Джеммер М. Понятие массы в классической и современной физике.
Аксенов Г. П. Причина времени.
Севальников А. Ю. Интерпретации квантовой механики: В поисках новой онтологии.
Минасян Л. А. Единая теория поля. Опыт синергетического осмысления.
Минасян Л. А. Иммануил Кант и современная космология.
Могилевский Б. М. Природа глазами физика.
Овчинников Н. Ф. Принципы сохранения.
Новиков А. С. Философия научного поиска.
Бриллюэн Л. Научная неопределенность и информация.
Кузнецов Б. Г. Беседы о теории относительности.
Кузнецов Б. Г. Ценность познания. Очерки современной теории науки.
Кузнецов Б. Г. Принцип дополнительности.
Хайтун С. Д. Феномен человека на фоне универсальной эволюции.
Хайтун С. Д. От эргодической гипотезы к фрактальной картине мира.

Об авторе

Юрий Сергеевич ВЛАДИМИРОВ

Физик-теоретик, доктор физико-математических наук (1976), профессор кафедры теоретической физики физического факультета МГУ, профессор Института гравитации и космологии Российского университета дружбы народов, академик РАЕН, вице-президент Российского гравитационного общества, главный редактор альманаха «Метафизика. Век XXI». Окончил физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова в 1961 г. Область научных интересов: классическая и квантовая теория гравитации, проблема объединения физических взаимодействий, многомерные модели физических взаимодействий, теория прямого межчастичного взаимодействия, теория систем отношений, метафизические и философские проблемы теоретической физики. Ю. С. Владимиров — автор ряда монографий, среди которых: «Системы отсчета в теории гравитации» (1982), «Пространство-время: явные и скрытые размерности» (1989), «Метафизика» (2002; 2009), «Геометрофизика» (2005), «Основания физики» (2008), «Классическая теория гравитации» (URSS, 2009) и др.

7530 ID 103082

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ Л

9 785397 010726

Тел./факс: 7 (499)

Тел./факс: 7 (499) 135–42–46

URSS

...SS.ru

...аний в Интернете:

http://URSS.ru

Любые отзывы о настоящем издании, а также обнаруженные опечатки присылайте по адресу URSS@URSS.ru. Ваши замечания и предложения будут учтены и отражены на web-странице этой книги в нашем интернет-магазине http://URSS.ru